オペレーションズ・リサーチ

法政大学　都市環境デザイン工学科

2024年度

高須賀　将秀

自己紹介

たかすか　　　まさひで

高須賀　将秀

博士（情報学）（2023/3）

研究分野：組合せ最適化，数理最適化，オペレーションズ・リサーチ（OR），グラフ理論

所属：NTT西日本　デジタル改革推進部（2021/8～）

業務：データドリブン経営を牽引する立場

- ・データ活用基盤のシステム開発　・データ分析手法の研究
- ・データ分析活用事例の提案　　・デジタル人材育成

資格：クラウド資格（AWS 12/12，MCP 37/50，GCP 11/11）

連絡先：masahide.takasuka.38@hosei.ac.jp

http://www.co.mi.i.nagoya-u.ac.jp/~takasuka/index.html

シラバス

授業の概要	オペレーションズリサーチ（Operations Research, OR）とは，「実社会における問題解決や意思決定を支援するための数理的・科学的な方法論や技法」を対象とする研究分野である．ORの幾つかの代表的テーマについて基礎知識・技能を学ぶ.
授業の到達目標及びテーマ	1．連続最適化、組合せ位最適化を理解している. 2．ネットワーク最適化を理解している. 3．シミュレーションを理解している. 4．待ち行列を理解している. 5．不確実性下での意思決定を理解している. 6．ゲーム理論を理解している. 7．実社会における最適化問題をいくつか答えることができる. 8．Microsoft Excelのソルバー機能（Excelソルバー）を用いて最適化問題を解くことができる.
授業で使用する言語	日本語
授業の進め方と方法	具体的なテーマとして，「数理最適化」「グラフ・ネットワーク」「シミュレーション」「待ち行列」「不確実性下での意思決定」「ゲーム理論」を取り上げ，これらの基礎知識と代表的な手法について説明する. 理解度確認のための演習（テーマによってはノートパソコンを使用）や小テストを適宜授業時間内に行う．また，授業外に行うべき課題を各テーマごとに課す．課題の回収や小テストの実施には学習支援システムを用いる.
アクティブラーニング（グループディスカッション、ディベート等）の実施	なし
フィールドワーク（学外での実習等）の実施	なし

シラバス

授業計画	第1回　ガイダンス，オペレーションズリサーチとは ・ 授業の進め方，評価について ・ オペレーションズ・リサーチとは ・ 実社会の活用シーン 第2回　連続最適化 ・ 最適化問題とは ・ 連続最適化と組合せ最適化 ・ 代表的な最適化問題とアルゴリズム 第3回　連続最適化 ・ 連続最適化問題とは ・ 線形計画問題とは ・ 標準形への変形 ・ 線形計画ソルバーと利用法 ・ 単体法とその実装 第4回　組合せ最適化 ・ 組合せ最適化とは ・ 連続最適化と組合せ最適化の違い ・ 組合せ最適化におけるソルバーの利用法 ・ ナップサック問題

シラバス

授業計画	第5回　ネットワーク最適化1 ・ グラフの定義 ・ 最短路問題 ・ 最大流問題 ・ 最小費用流問題 第6回　ネットワーク最適化2 ・ 木の定義 ・ 全域木 ・ 最小木問題 ・ ダイクストラ法 第7回　物流2024年問題 ・ 配送計画問題 ・ 施設配置問題 ・ ピンパッキング問題 第8回　シミュレーションとは ・ マルコフ過程/マルコフ連鎖 ・ モンテカルロ法	第5回　ネットワーク最適化1 ・ グラフの定義 ・ 最短路問題 ・ 最大流問題 ・ 最小費用流問題 第6回　ネットワーク最適化2 ・ 木の定義 ・ 全域木 ・ 最小木問題 ・ ダイクストラ法 第7回　シミュレーション1 ・ マルコフ過程/マルコフ連鎖 第8回　シミュレーション2 ・ モンテカルロ法

シラバス

授業計画	第9回　待ち行列理論1 ・ 待ち行列とは ・ リトルの公式 ・ ポワソン過程と指数分布 第10回　待ち行列理論2 ・ 出生死滅過程 ・ M/M/∞モデル 第11回　不確実性下での意思決定（意思決定原理） ・ 投資決定問題 ・ マクシミン原理/マクシマックス原理/ミニマックス後悔原理 ・ ラプラスの原理 ・ 期待値原理/期待値・分散原理 ・ 最尤未来原理/要求水準原理 第12回　不確実性下での意思決定（ディシジョンツリー・効用） ・ 多段階の意思決定問題 ・ 効用関数 ・ 期待効用最大化の原理

シラバス

授業計画	第13回　ゲーム理論 ・ 囚人のジレンマ ・ ナッシュ均衡 第14回　授業内容のまとめ ・ 振り返り ・ 応用事例	第13回　ゲーム理論 ・ 囚人のジレンマ ・ ナッシュ均衡 第14回　物流2024年問題 ・ 配送計画問題 ・ 施設配置問題 ・ ビンパッキング問題 ・ 振り返り ・ 応用事例

シラバス

授業時間外の学習（準備学習・復習・宿題等）	・事前学習（基礎知識の習得） ・授業内容の復習 ・演習課題の実施と提出 本授業の準備学習・復習時間は，各2時間を標準とする.
テキスト	指定しない．資料を配布する.
参考書	授業において適宜紹介する.
成績評価の方法と基準	科目認定条件 ※出席率について80%以上であること. ※定められた提出物が80%以上提出されていること. 科目評価方法 演習課題　60% 最終課題　40% 授業開始5分以上経過で「遅刻」扱い 授業開始30分以上経過で「欠席」扱い 欠席が4回以上で不合格（D評価）
学生の意見等からの気づき	なし
学生が準備すべき機器他	・edu2020貸与ノートパソコン：演習・小テスト等に利用する．毎回持参すること. ・学習支援システム：お知らせの配信・資料やスライドの配布・課題の提示や回収・授業内小テスト等に利用する.
その他	講義室：T413 授業期：B（2024/6/8，6/15，6/22，6/29，7/6，7/13，7/20） 時限：3（15:00～16:40），4（16:50～18:30）

講義の進め方

- 目的は，オペレーションズ・リサーチが実社会で役立つことを肌で感じてもらい，理解すること．加えて，皆さんに日常の中で実践してもらえるようになること．
- そのために，「分かりやすい」，「役に立つ」，「社会のニーズに合った講義」にしていくつもりです
- 講義の進め方は，「説明/解説」→「例題」→「演習」のサイクルで実施します

目次

オペレーションズ・リサーチとは

- オペレーションズ・リサーチ（以下OR）はもともと，第二次世界大戦中にイギリスが軍事研究として使ったのが始まり
- オペレーションは作戦，リサーチは検証，という意味
- 互いに干渉しあう複数の作戦が最適な方法で効率的に実行可能かどうかをリサーチ，つまり検証する，そういう目的で使われ始めた科学
- 様々な環境，次々に変化する状況において， 数学や統計学を用いた数理的なモデルに落とし込み，分析することで最適なアプローチを導く
- もちろん，現代では戦争だけではなく，ビジネスや学術研究などあらゆる場面やオペレーションの検証にORは使われるようになった.

https://operations-research.kke.co.jp/operations-research/

ORは，どう役立つか？

- これまでは，理論上では解ける問題であってもその規模によっては多くの計算が必要となり，高速なコンピュータを用いたとしても現実的な時間では解けないことがあった.
- しかし近年では，コンピュータの飛躍的進歩により多くの問題が解けるようになってきている.
- このため，複雑化する現代社会において様々な分野でORが利用される場面が増えてきている.

- 私たちは，「設計、製造、物流」，「情報通信」，「インフラストラクチャー」などを中心に，多様な分野でORによる問題解決を行ってきた.
- 世界各国で積み上げ，積み下ろしをする貨物船に，いかにしてたくさん，しかも効率よく，そして重心を安定させて貨物を積むことができるか，工場に設備投資をする際，ボトルネックを解決し全体の生産性を上げるためにはどうしたらよいのか.
- また近年では，サービス業のシフトスケジューリングなど，属人的要素の多い分野に対してORを適用した解決策を見出す等，解決できる問題は拡大している.

https://operations-research.kke.co.jp/operations-research/

ORは日常で使われている

- 電車乗り換えシステム(最短時間，乗り換え回数，一番安い金額での目的地への到着方法など)
- 学校時間割作成（担当教師と，使用する施設とを組み合わせて矛盾なく決める)
- 銀行の窓口の数(利用客に合わせて，営業窓口の数を決める)

https://operations-research.kke.co.jp/operations-research/

物流2024年問題

- 物流・運送業界の「2024年問題」とは，働き方改革法案によりドライバーの労働時間に上限が課されることで生じる問題の総称のこと.
- 具体的には，ドライバーの時間外労働時間が年間960時間に制限されることで，一人当たりの走行距離が短くなり，長距離でモノが運べなくなると懸念されている.
- さらに，物流・運送業界の売上減少，トラックドライバーの収入の減少なども考えられる
- 結果，2024年問題においてはドライバー不足や輸送力の低下が懸念されており，2030年には輸送力の供給不足により「全国で約35%の荷物が運べなくなる」

物流2024年問題

	現行	2024年4月以降
1年の拘束時間	3,516時間	原則：3,300時間
1ヶ月の拘束時間	原則：293時間 最大：320時間	原則：284時間 最大310時間
1日の拘束時間	原則：13時間位内 最大：16時間以内	原則：13時間以内 最大15時間以内
休息時間	継続8時間以内	継続11時間を基本とし，9時間下限
連続運転時間	4時間を超えないこと	4時間を超えないこと

https://wwwtb.mlit.go.jp/tohoku/00001_00251.html

配送計画問題

- 配送計画とは，荷物の集積所から各顧客，あるいは小売店などにトラックを使って物を配送するときに，どのトラックがどの顧客をどういう順番で回れば一番良い，つまり，コストが安くなるかを求める問題.

図1: 配送計画問題の簡単な例

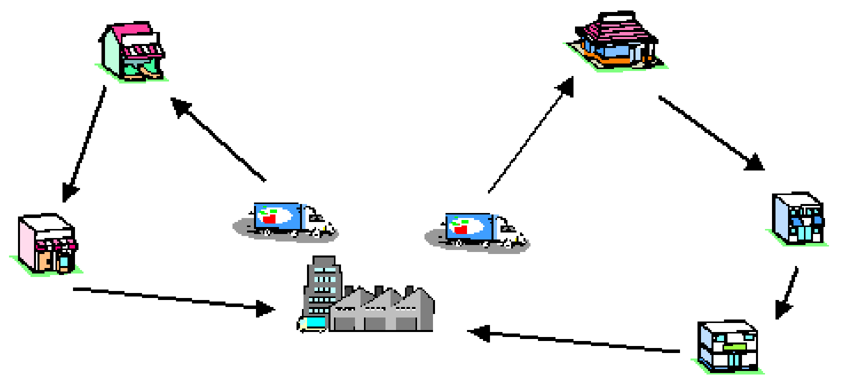


図2: 一例

http://research.nii.ac.jp/~uno/vrp.htm

配送計画問題

- 配送計画とは，荷物の集積所から各顧客，あるいは小売店などにトラックを使って物を配送するときに，どのトラックがどの顧客をどういう順番で回れば一番良い，つまり，コストが安くなるかを求める問題.

図3:　店がたくさんあると大変

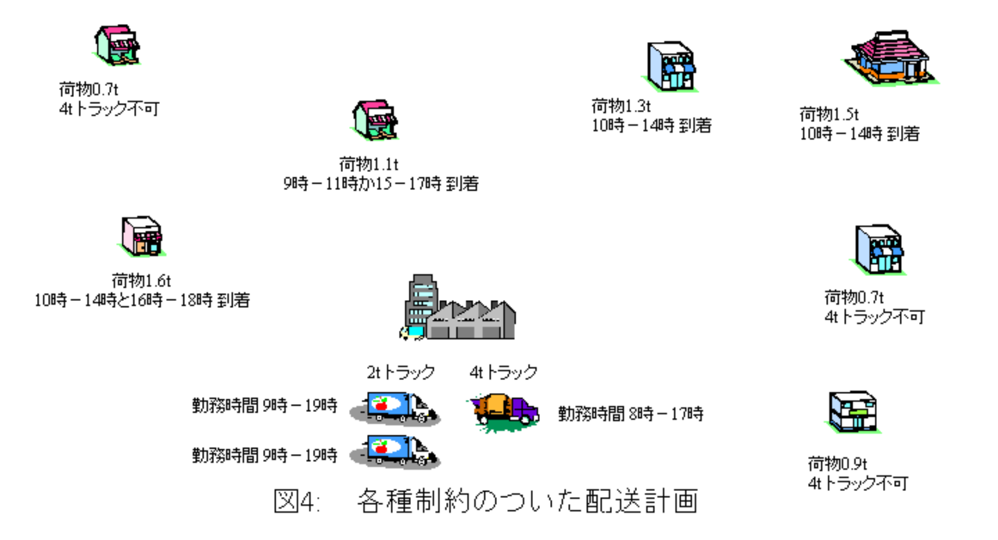
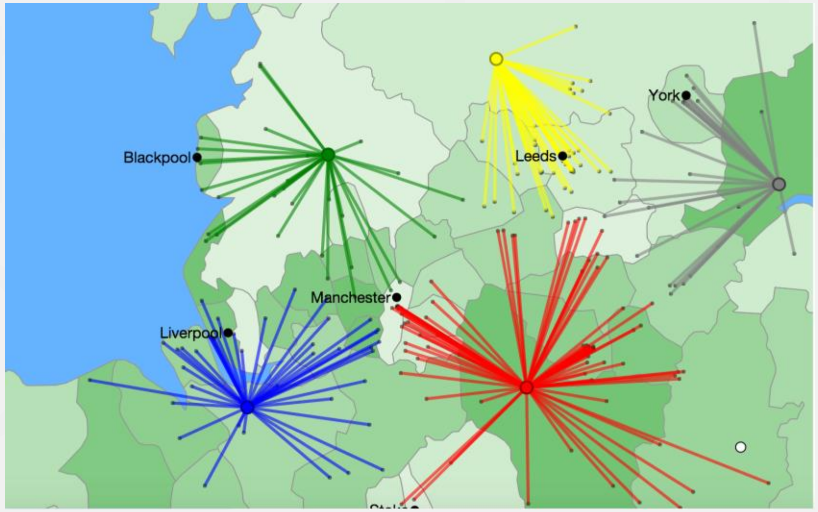


図4:　各種制約のついた配送計画

http://research.nii.ac.jp/~uno/vrp.htm

施設配置問題

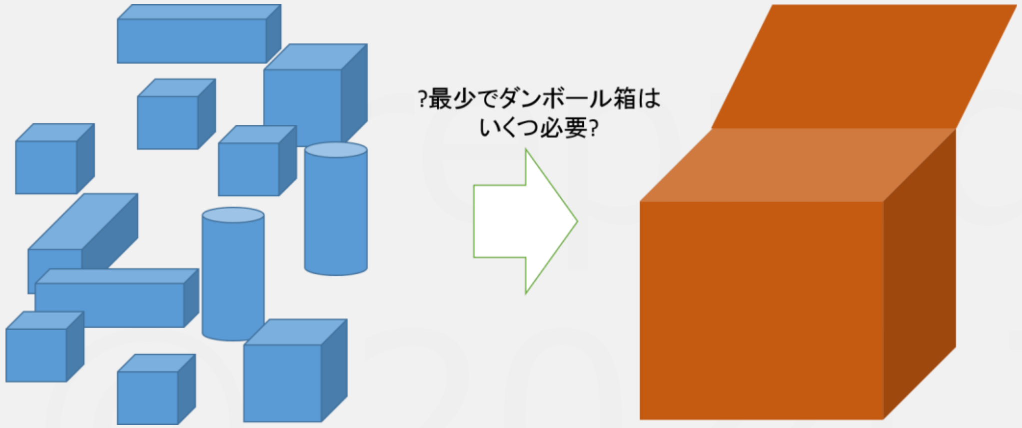
- 施設の配置可能地点, 需要をもつ顧客の集合が与えられて, ある基準を満たす施設の配置場所を決定する問題.
- ある基準には，最小コストで顧客全員にサービス提供できる施設の数と配置を考える場合，施設の数は p 個で固定にし，顧客全員にサービス提供できる配置を考える場合，顧客のカバー率を考える（被覆問題）場合等，様々である.

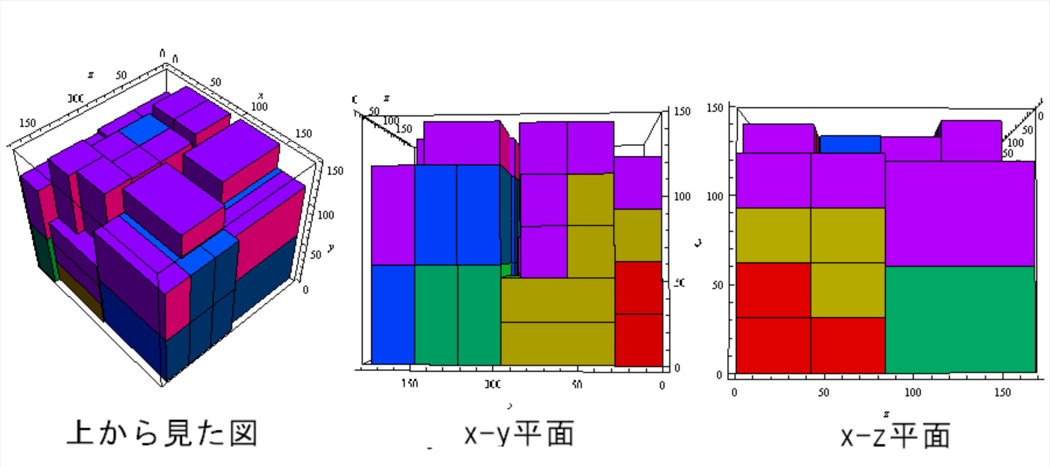


https://qiita.com/osaphex/items/ea20f17855ca25da402e

ビンパッキング問題

- ビンパッキング問題とは，ある入れ物（箱やビン，コンテナ）に荷物（重さや個数が定められている）を詰める際，必要な入れ物の最少数を求める組み合わせ最適化問題．

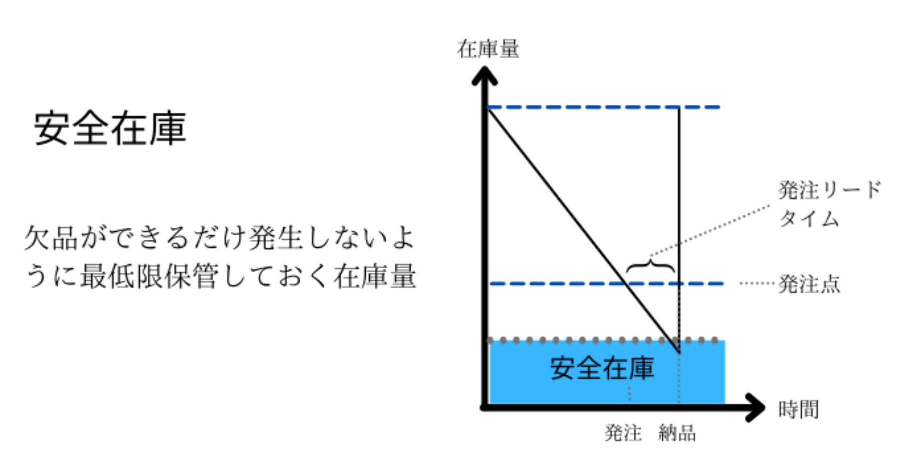




https://qiita.com/cvusk/items/26dba1dc197197b23147
https://ist.ksc.kwansei.ac.jp/student/sotsuken.html

安全在庫問題

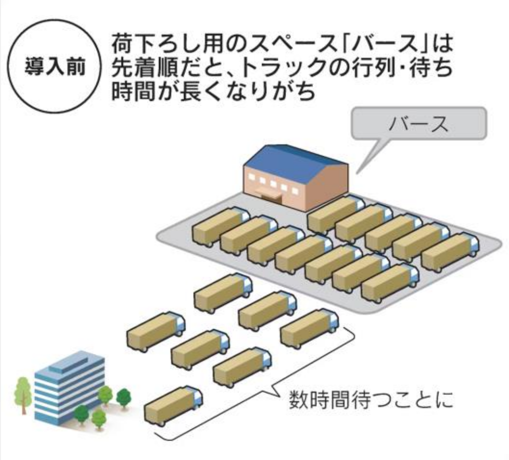
- 需要のばらつきに備えて在庫費用と(供給不可の)品切れリスクのバランスをとる問題.
- 品切れリスクをペナルティとして目的関数に入れたり，あるいは制約としたりする.
- 安全在庫量が独立な正規分布を仮定すると凹(非凸)な2次関数となり非線形最適化問題となる.
- 調達先を複数にして，災害などを考慮するようなモデルもある.

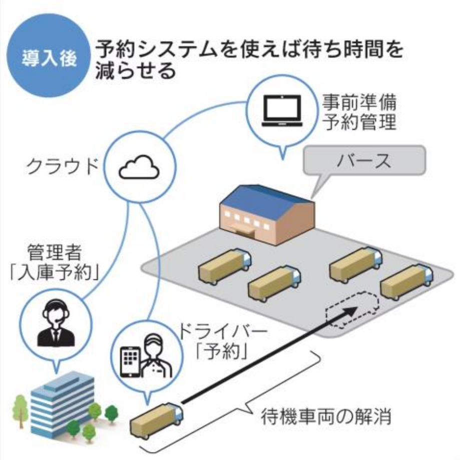


https://www.smartmat.io/column/inventory_contorol/8136

待ち行列問題

- 待ち行列理論は，「何らかのサービスを受けるために順番待ちをする人」が作る列（待ち行列）を数学的に（確率の考え方を用いて）記述したもの.
- 待ち行列理論を用いると、窓口数や作業員数などに対応した客の平均的な待ち時間などを計算することができる.

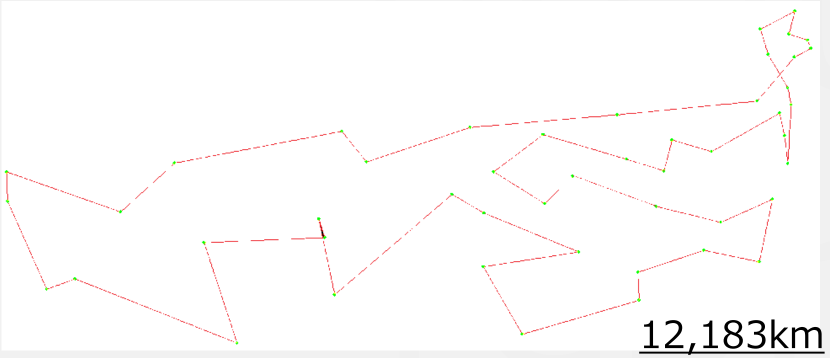




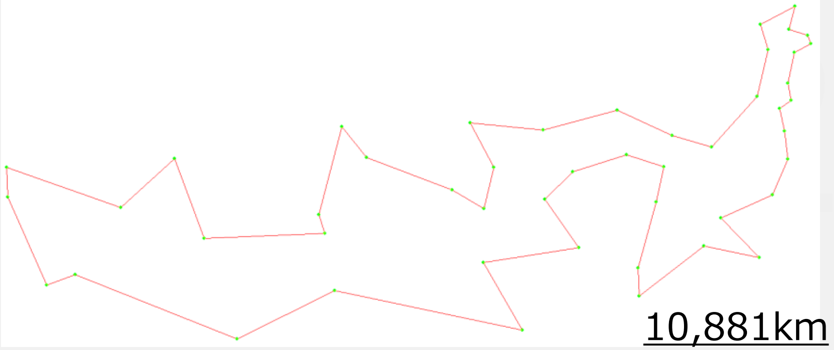
https://www.nikkei.com/telling/DGXZTS00006930Z10C23A9000000/

組合せ最適化問題の難しさ

- NP困難問題：厳密な最適解を求めるのに必要な計算時間が最悪で入力サイズの指数関数になると多くの研究者が考えている問題.
- 都市をちょうど1回ずつ訪問する最短の巡回路を求める巡回セールスマン問題の解の候補を列挙すると$(n-1)!/2$通り.



12,183km



10,881km

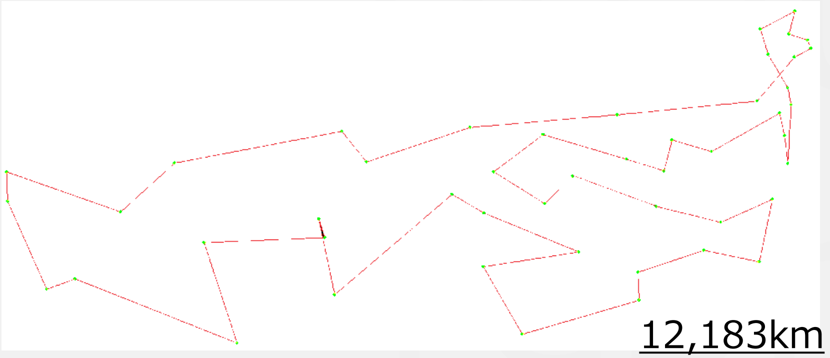
都市数	巡回路の総数	計算時間（秒）
6		
8		
10		
15		
20		
25		
30		

100TFlopsのコンピュータを用いて巡回路を列挙したときの計算時間

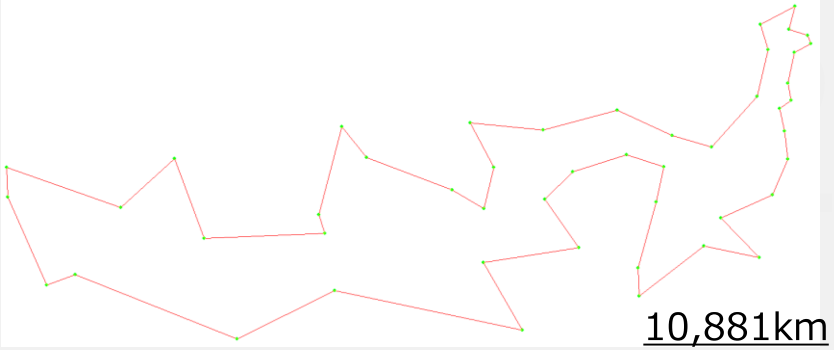
100TFlops（テラフロップス）のコンピュータは，1秒間に100兆回の浮動小数点演算（Floating Point Operations Per Second）を実行できるコンピュータのこと

組合せ最適化問題の難しさ

- NP困難問題：厳密な最適解を求めるのに必要な計算時間が最悪で入力サイズの指数関数になると多くの研究者が考えている問題.
- 都市をちょうど1回ずつ訪問する最短の巡回路を求める巡回セールスマン問題の解の候補を列挙すると$(n-1)!/2$通り.



12,183km



10,881km

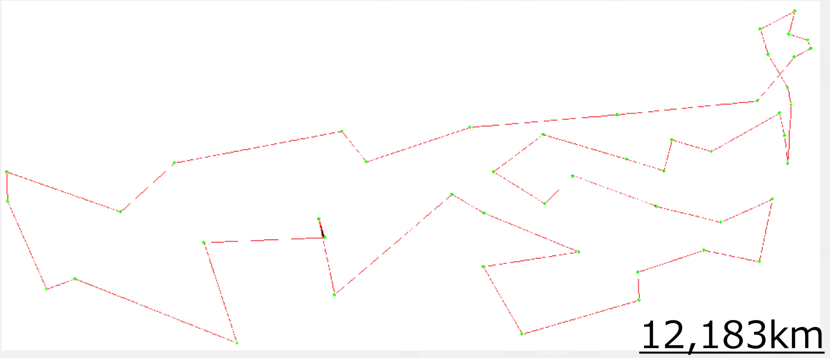
都市数	巡回路の総数	計算時間（秒）
6	60	$4.32 * 10^{-10}$
8	2520	$3.23 * 10^{-8}$
10	$1.81 * 10^{5}$	$3.63 * 10^{-6}$
15	$4.36 * 10^{10}$	1.96
20	$6.08 * 10^{16}$	$4.87 * 10^{6}$
25	$3.10 * 10^{23}$	$3.88 * 10^{13}$
30	$4.42 * 10^{30}$	$7.96 * 10^{20}$

100TFlopsのコンピュータを用いて巡回路を列挙したときの計算時間

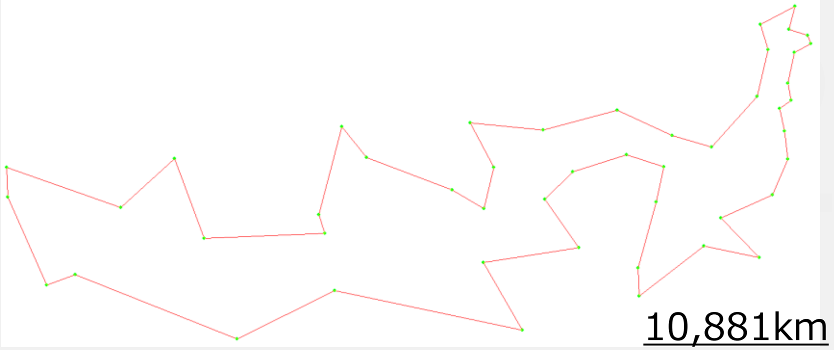
100TFlops（テラフロップス）のコンピュータは，1秒間に100兆回の浮動小数点演算（Floating Point Operations Per Second）を実行できるコンピュータのこと

組合せ最適化問題の難しさ

- NP困難問題：厳密な最適解を求めるのに必要な計算時間が最悪で入力サイズの指数関数になると多くの研究者が考えている問題.
- 都市をちょうど1回ずつ訪問する最短の巡回路を求める巡回セールスマン問題の解の候補を列挙すると$(n-1)!/2$通り.



12,183km



10,881km

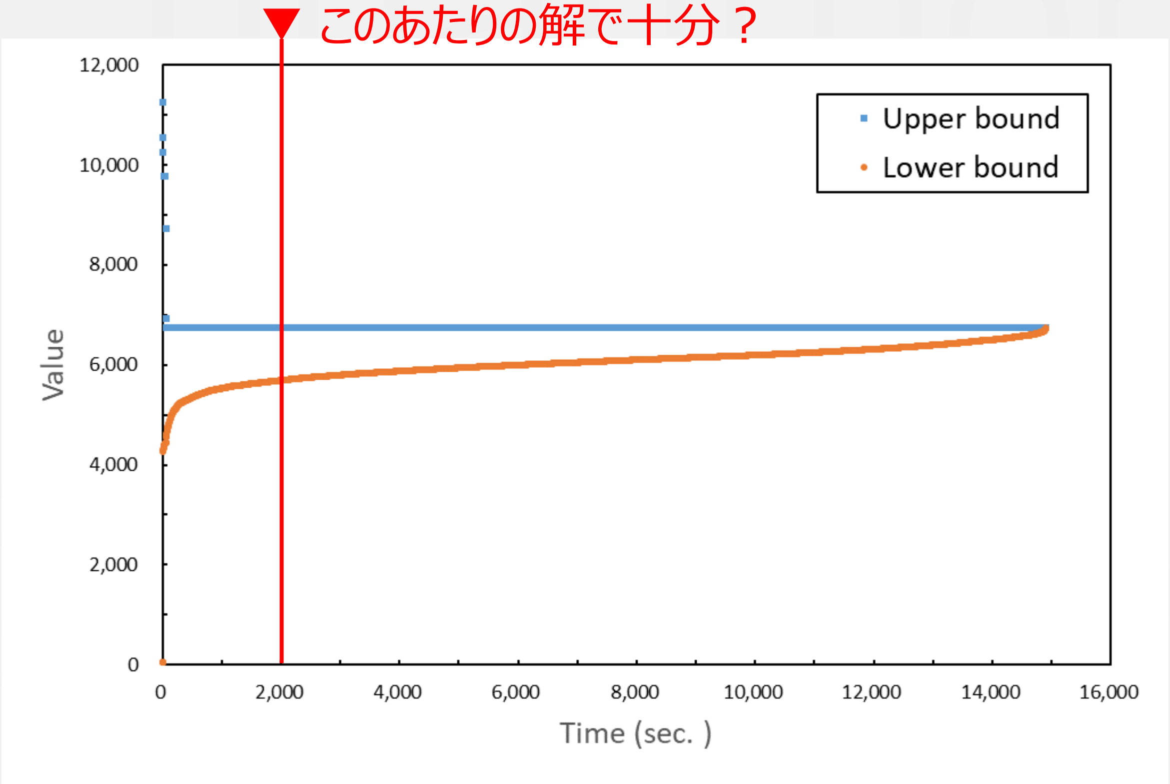
都市数	巡回路の総数	計算時間（秒）	
6	60	$4.32 * 10^{-10}$	
8	2520	$3.23 * 10^{-8}$	
10	$1.81 * 10^{5}$	$3.63 * 10^{-6}$	
15	$4.36 * 10^{10}$	1.96	
20	$6.08 * 10^{16}$	$4.87 * 10^{6}$	約56日
25	$3.10 * 10^{23}$	$3.88 * 10^{13}$	約122万年
30	$4.42 * 10^{30}$	$7.96 * 10^{20}$	約25233億年

100TFlopsのコンピュータを用いて巡回路を列挙したときの計算時間

100TFlops（テラフロップス）のコンピュータは，1秒間に100兆回の浮動小数点演算（Floating Point Operations Per Second）を実行できるコンピュータのこと

実社会で求められる解

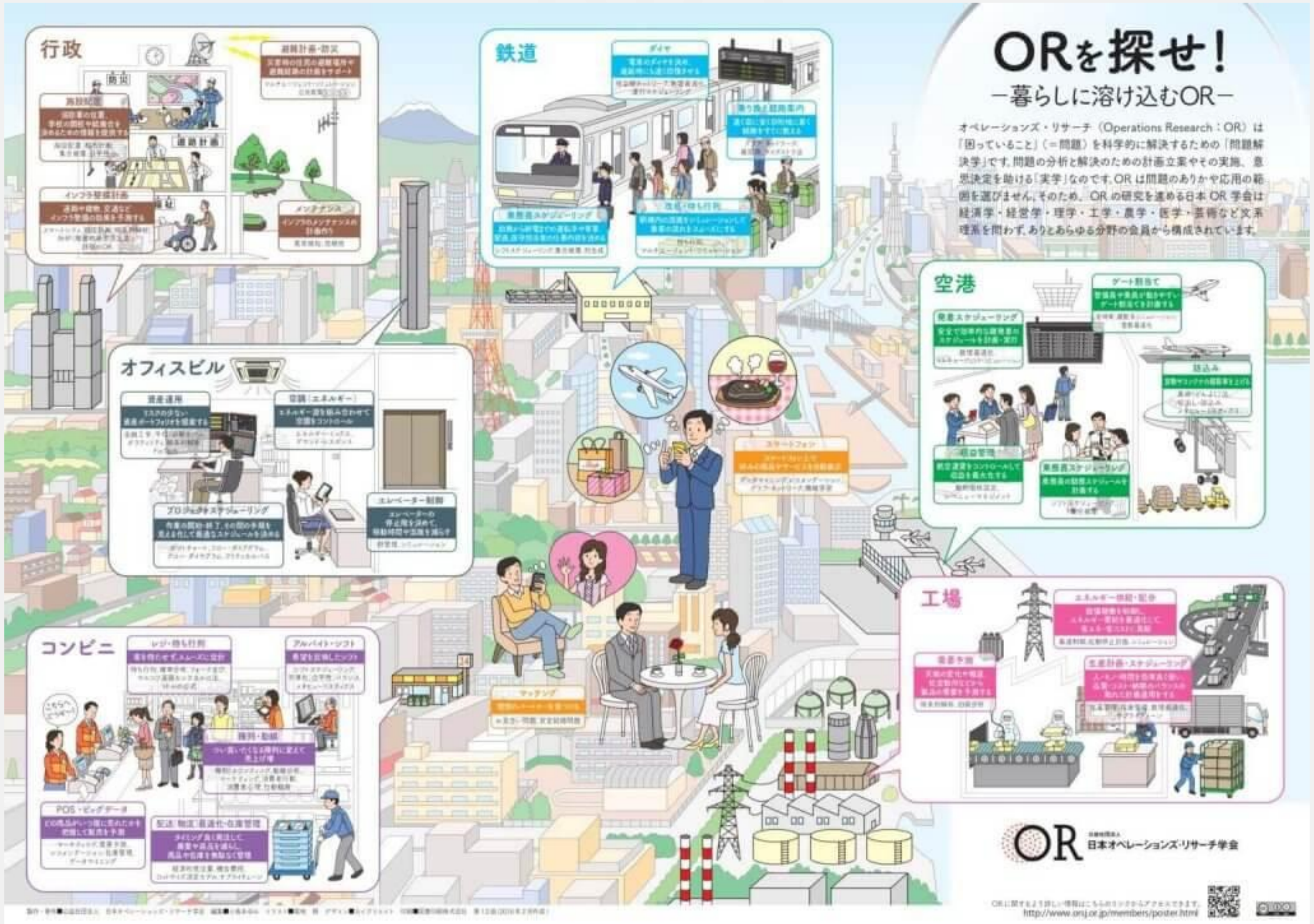
- 実社会の最適化問題の9割が組合せ最適化で，組合せ最適化の多くはNP困難問題で，最適解を求めるための計算時間は膨大となる．
- 以下，一例であるが，解の探索は早い段階で評価値の良い実行可能解が得られることがあり，数%の改善に時間を要している場合がある．
- 実社会では，厳密な最適解までは求めず，そこそこ良い解が求められる場合が多い．



工事立会者手配問題における制約生成法を適用した場合の上界と下界の推移の様子

制約生成法での上界と下界（$|J| = 18, |S| = 7, \nu = 8$）

実社会における最適化問題



https://orsj.org/?page_id=3362

実社会における最適化問題

配送計画
配船計画

- トラックの積載量上限
- 訪問可能な時間帯
- コストの最小化

生産スケジューリング
工場内物流

- 需要と在庫、納期厳守
- ライン能力と段取り替え
- AGV の移動可能な経路

シフトスケジューリング
人員配置

- シフトの必要な人数
- 勤務時間や休暇要望
- スキルを考慮した配置

エネルギーマネジメント

- 需給の一致
- 機器の特性
- CO_2 排出量の削減
- 蓄電池や再生エネルギー

ポートフォリオ最適化

- リスク尺度の考慮
- 期待収益率の下限

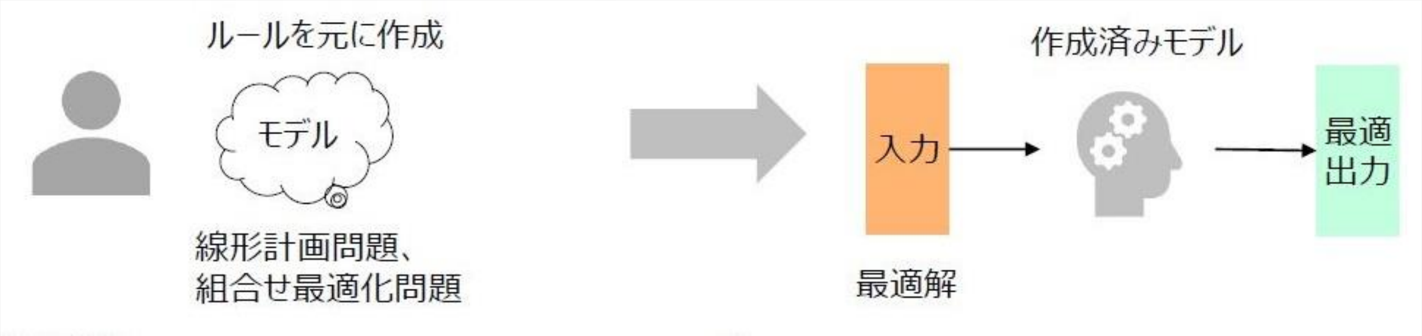
数理最適化と機械学習の違い

- **数理最適化**は，ルール（制約条件や目的関数）を用いてモデルを作成し，最適な出力を得るための入力を得る**ルールドリブンな手法**
- **機械学習**は，大量の入出力データから｢モデル｣を学習し，新しい入力データに対して｢モデル｣から出力を得る**データドリブンな手法**
- ルールがわかっているのに解決策が出せないのは，扱う問題が**計算量という点で算出が困難**であったり、**ルールを記述しきれないほど複雑**であったりする場合で，そういった場面では数理最適化が有効.
- 昨今では，機械学習で予測した結果を基に，意思決定を行うために数理最適化を活用する場面も多くなっている.

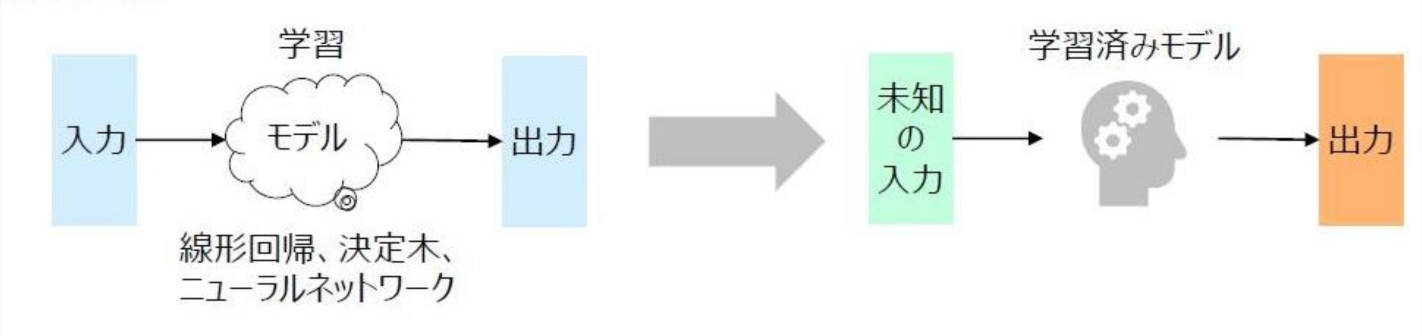
数理科学	ルールドリブン	数理最適化	数式（ルール）からパラメータを探索
		シミュレーション	数式（ルール）とパラメータを評価
	データドリブン	機械学習	大量のデータからモデルを学習 大量のデータからルールを抽出
		深層学習	大量のデータから特徴量を獲得し，モデルを学習

数理最適化と機械学習の違い

- 数理最適化



- 機械学習



数理最適化と機械学習の違い

項目	数理最適化	機械学習
モデル構築方法	ルールドリブン	データドリブン
必要なデータ量	小	大
結果の説明性	理解しやすい傾向	理解しにくい傾向
結果の正確さ	間違えることはないが， そもそも解が得られないこともある	間違えることもある
計算時間	解を得るのにとても時間がかかることもある	学習に時間がかかるが， 学習後の使用には時間はかからない
得意とするタスク	最適な出力が未知で， その出力を得る方法もわからない	入力データに対して出力が予想でき，データも十分に存在する

目次

最適化問題とは

- 特定の集合上で定義された実数値関数または整数値関数について，その値が最小（もしくは最大）となる状態を解析する問題．
- 以下のように表せる．

$minimize\ f(x)$ ←目的関数（最大化の場合は， $-f(x)$ ）

$subject\ to\ x \in S$ ←制約条件

$g_i(x) \le b, i = 0, \ldots, m$ のような不等式制約

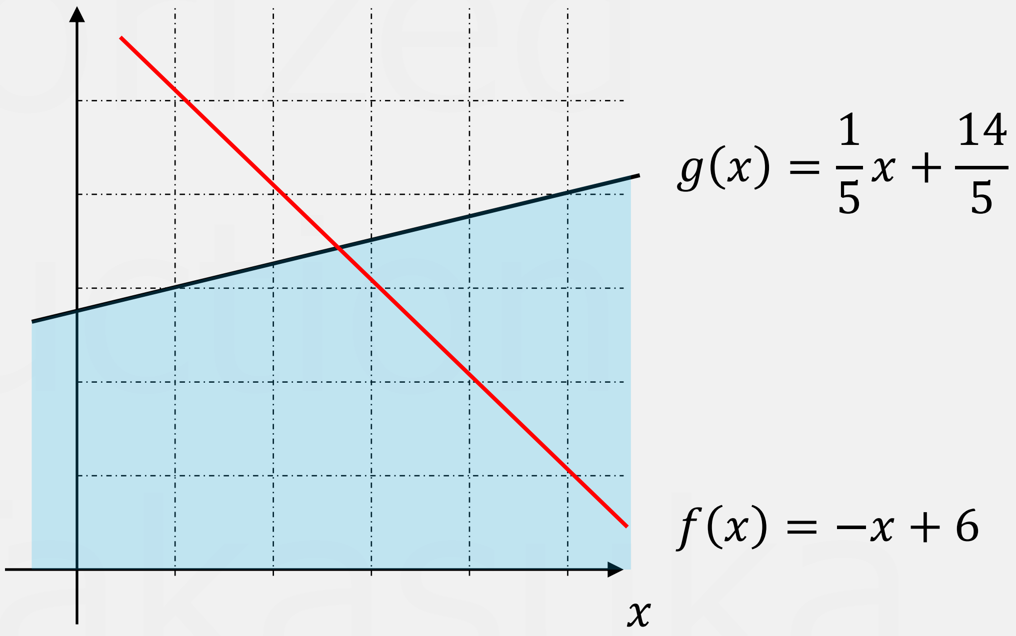
$h_j(x) \le c, j = 0, \ldots, n$ のような等式制約

http://bin.t.u-tokyo.ac.jp/startup22/file/slide4.pdf

最適化問題とは

- 例えば，以下のような問題を考える

$$maximize\ f(x) = -x + 6$$
$$subject\ to\ g(x) = \frac{1}{5}x + \frac{14}{5} \leq 0$$
$$x \in R$$



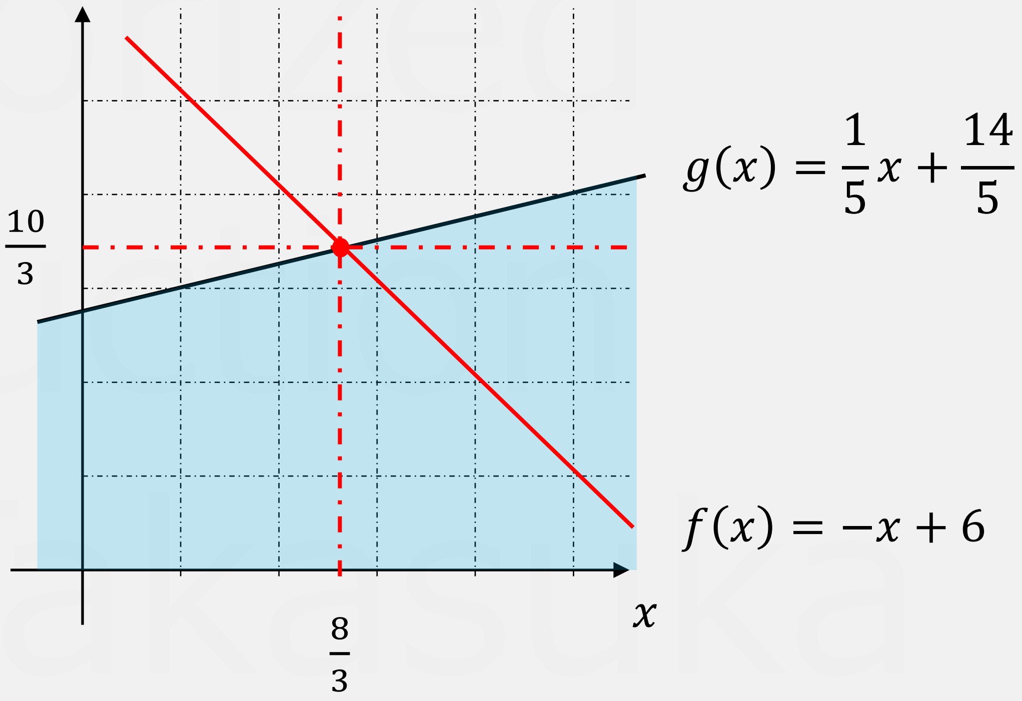
http://bin.t.u-tokyo.ac.jp/startup22/file/slide4.pdf

最適化問題とは

- 例えば，以下のような問題を考える

$$maximize\ f(x) = -x + 6$$
$$subject\ to\ g(x) = \frac{1}{5}x + \frac{14}{5} \leq 0$$
$$x \in R$$

$x = \frac{8}{3}$ のとき $f(x)$は最大値$\frac{10}{3}$

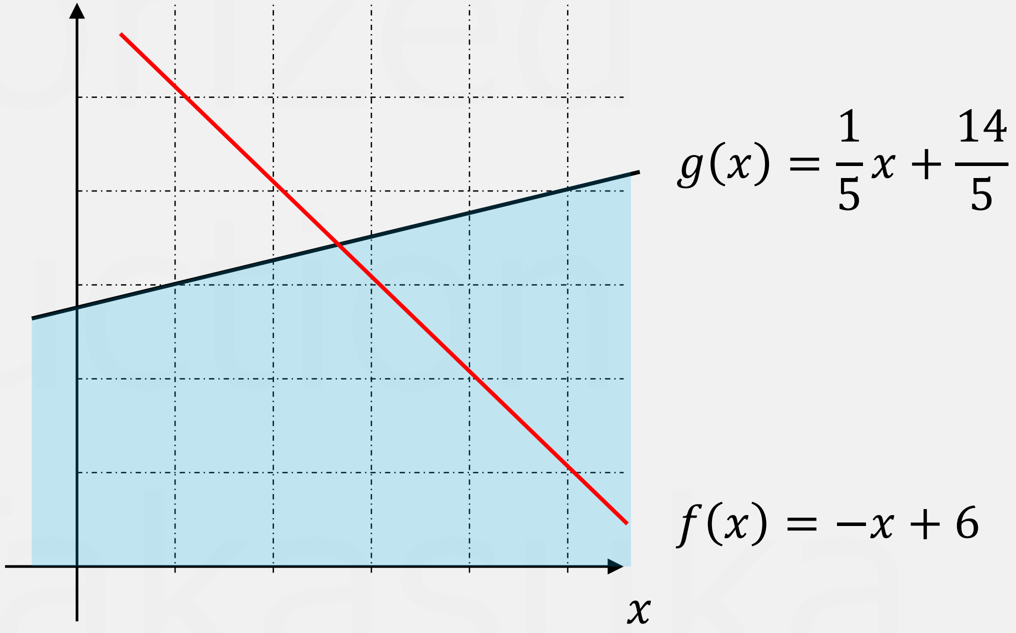


http://bin.t.u-tokyo.ac.jp/startup22/file/slide4.pdf

最適化問題とは

- 例えば，以下のような問題を考える

$$
\begin{aligned}
&maximize\ f(x) = -x + 6 \\
&subject\ to\ g(x) = \frac{1}{5}x + \frac{14}{5} \leq 0 \\
&\qquad\qquad x \in Z
\end{aligned}
$$



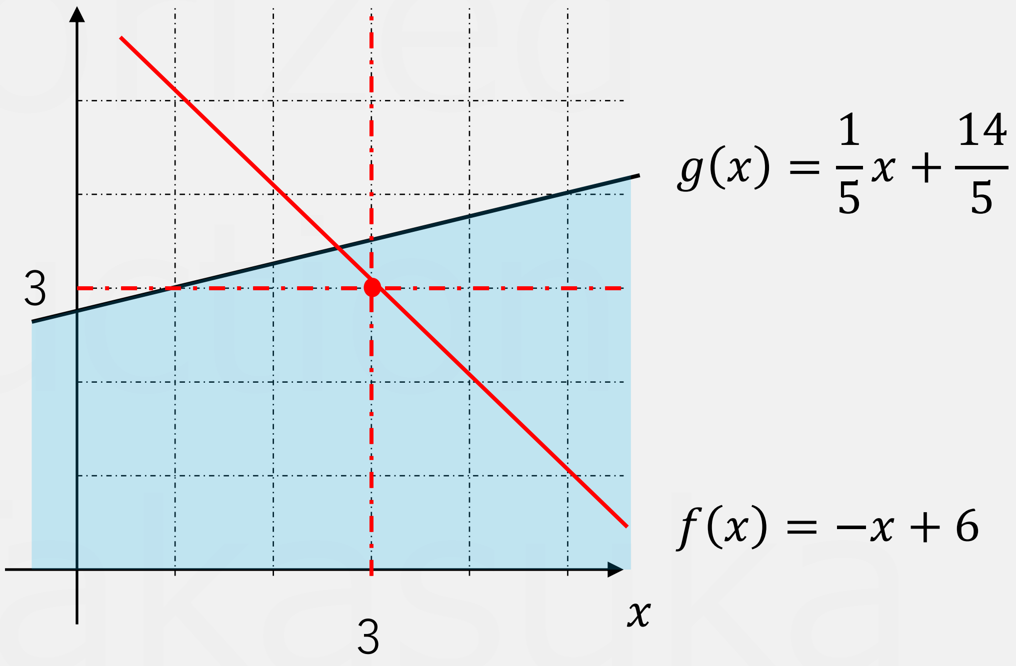
http://bin.t.u-tokyo.ac.jp/startup22/file/slide4.pdf

最適化問題とは

- 例えば，以下のような問題を考える

$$maximize\ f(x) = -x + 6$$
$$subject\ to\ g(x) = \frac{1}{5}x + \frac{14}{5} \leq 0$$
$$x \in Z$$

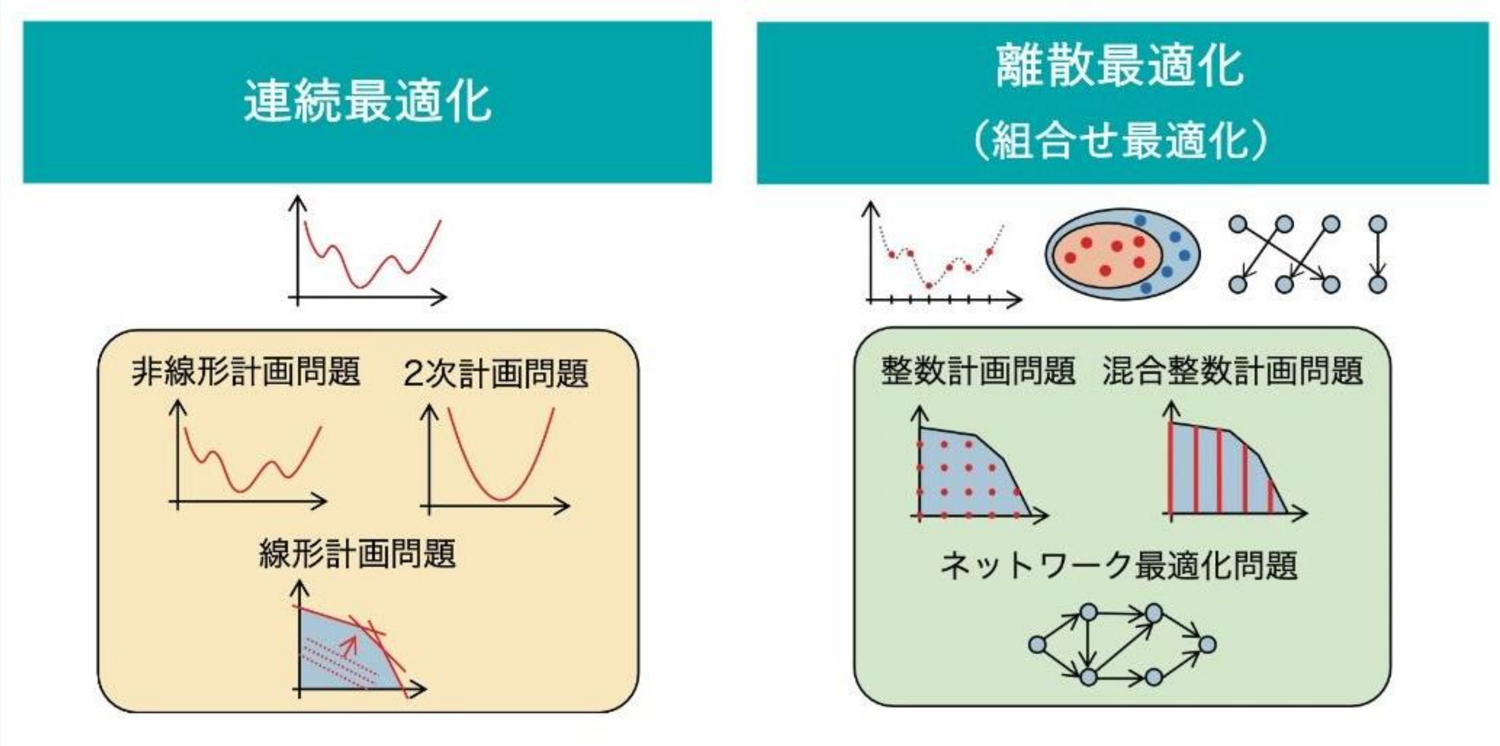
$x = 3$ のとき $f(x)$は最大値3



http://bin.t.u-tokyo.ac.jp/startup22/file/slide4.pdf

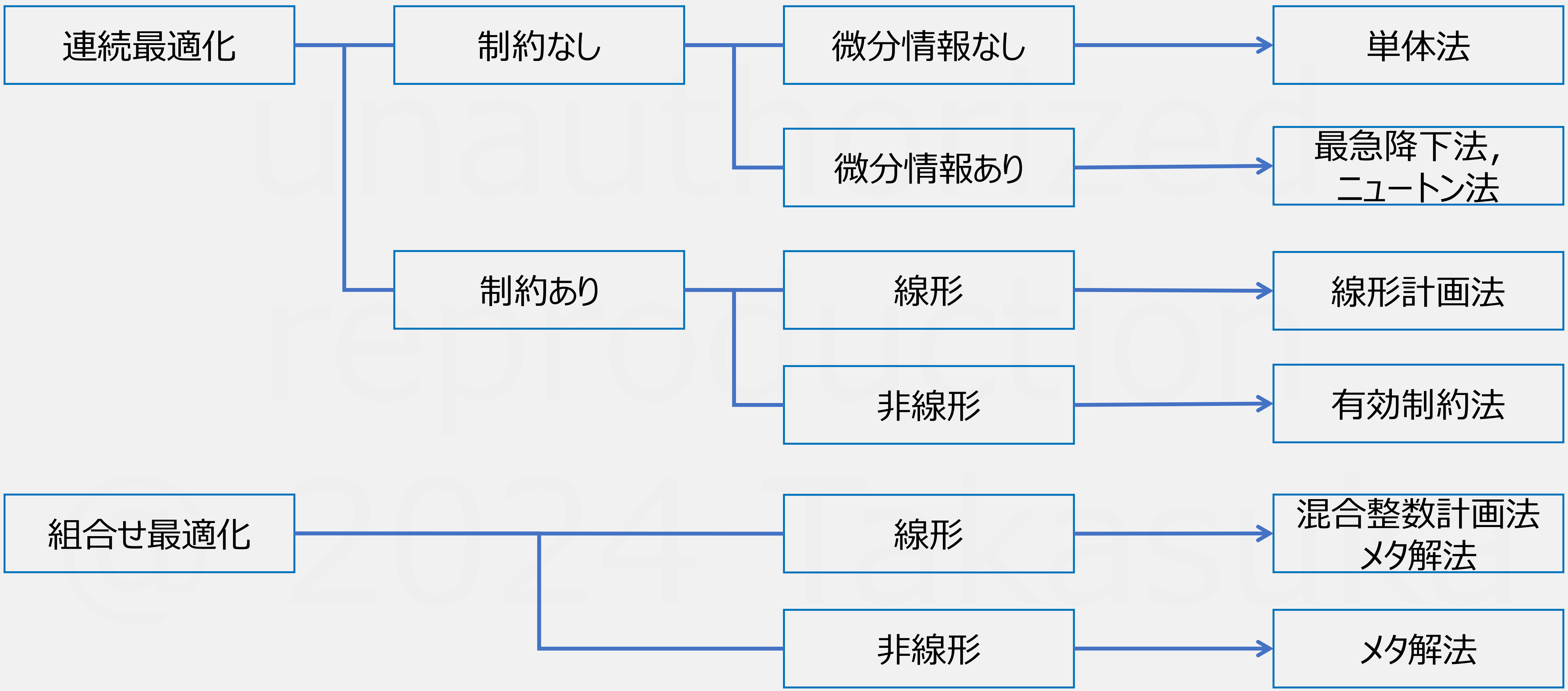
連続最適化と組合せ最適化

- 最適化問題は，変数が連続か離散かによって区別される



http://bin.t.u-tokyo.ac.jp/startup22/file/slide4.pdf

代表的な最適化問題とアルゴリズム



代表的な最適化問題とアルゴリズム

代表的な最適化問題とアルゴリズム

組合せ最適化
（離散最適化問題）

問題	アルゴリズム
資源配分問題，最小全域木問題	貪欲法
最短路問題	ダイクストラ法
最大流問題，最大マッチング問題	ハンガリー法，負閉路消去法
整数計画問題	分枝限定法
ビンパッキング問題，巡回セールスマン問題，頂点被覆問題，ナップサック問題	性能保証付き近似解法
さまざまなNP困難問題	メタ解法，発見的解放，局所探索法

代表的な最適化問題とアルゴリズム

機械学習や組合せ最適化の内部で必須
高速に解くことを義務付けられている

連続最適化

- 目的関数の値を最大化する.
- すべての変数に非負制約がつく.
- 非負制約を除く全ての制約条件が等式.

- どんな形の線形計画問題でも等式標準形に変形できる.
- 不等式制約にスラック変数※を加えて等式制約に変形する.

※不等式制約を等式制約に変換するために導入する変数のこと

$g(x) \leq b\ (x \in R)$ のとき，スラック変数$y \geq 0$（$y \in R$）を用いて，

$g(x) + y = b, y \geq 0\ (x, y \in R)$ と変形できる.

線形計画問題

- 目的関数が線形関数で，すべての制約条件が線形の等式もしくは不等式で表された最適化問題.
- さまざまな形の線形計画問題を扱うのは面倒→（不等式）標準形
- 目的は最大化，制約条件は左辺≦右辺，各変数は非負.
- 全ての線形計画問題は標準形に変形できる.

$$
\begin{aligned}
\max\ & c_1x_1 + c_2x_2 + \cdots + c_nx_n \\
\mathrm{s.t.}\ & a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1n}x_n \leq b_1 \\
& a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots + a_{2n}x_n \leq b_2 \\
& \vdots \\
& a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \cdots + a_{mn}x_n \leq b_m \\
& x_1, x_2, \ldots, x_n \geq b_m
\end{aligned}
$$

線形計画問題

$$
\begin{aligned}
\max\ & c_1x_1 + c_2x_2 + \cdots + c_nx_n \\
\mathrm{s.t.}\ & a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1n}x_n \leq b_1\,, \\
& a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots + a_{2n}x_n \leq b_2\,, \\
& \vdots \\
& a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \cdots + a_{mn}x_n \leq b_m\,, \\
& x_1, x_2, \dots, x_n \geq 0\,.
\end{aligned}
$$

$$
\Leftrightarrow \quad
\begin{aligned}
\max\ & \textstyle\sum_{j=1}^{n} c_jx_j \\
\mathrm{s.t.}\ & \textstyle\sum_{j=1}^{n} a_{ij}x_j \leq b_1\,, \quad i = 1, \dots, m, \\
& x_j \geq 0\,, \qquad\qquad j = 1, \dots, n.
\end{aligned}
$$

$$
\Leftrightarrow \quad
\begin{aligned}
\max\ & \boldsymbol{c}^T\boldsymbol{x} \\
\mathrm{s.t.}\ & \boldsymbol{A}\boldsymbol{x} \leq \boldsymbol{b}\,, \\
& \boldsymbol{x} \geq \boldsymbol{0}\,.
\end{aligned}
$$

$$
\Leftrightarrow \quad \max\{\boldsymbol{c}^T\boldsymbol{x} \mid \boldsymbol{A}\boldsymbol{x} \leq \boldsymbol{b}, \boldsymbol{x} \geq 0\}
$$

【例題2-1】線形計画問題の例

- ある飲料メーカーでは，トマト，人参，ほうれん草を原料とする野菜ジュースを製造している.
- 野菜ジュースに含まれる食物繊維，ビタミンC，鉄分，βカロチンの必要量を満たしつつ，製造に要する原料費を最小に抑えるための各野菜の購入量は？
- トマト，にんじん，ほうれん草の購入量 (kg)をx_1, x_2, x_3とする.

	食物繊維	ビタミンC	鉄分	Bカロチン	価格
トマト	10	15	2	5	400
人参	25	5	2	80	250
ほうれん草	30	35	20	40	1,000
必要量	50	60	10	40	

【例題2-1】線形計画問題の例

- ある飲料メーカーでは，トマト，人参，ほうれん草を原料とする野菜ジュースを製造している．
- 野菜ジュースに含まれる食物繊維，ビタミンC，鉄分，βカロチンの必要量を満たしつつ，製造に要する原料費を最小に抑えるための各野菜の購入量は？
- トマト，にんじん，ほうれん草の購入量 (kg)をx_1, x_2, x_3とする.

まずは，定式化

$$
\begin{aligned}
\min\ & 400x_1 + 250x_2 + 1000x_3 && \text{→原料費を最小化} \\
\text{s.t. } & 10x_1 + 25x_2 + 30x_3 \geq 50, && \text{→食物繊維は50単位以上} \\
& 15x_1 + 5x_2 + 35x_3 \geq 60, && \text{→ビタミンCは60単位以上} \\
& 2x_1 + 2x_2 + 20x_3 \geq 10, && \text{→鉄分は10単位以上} \\
& 5x_1 + 80x_2 + 40x_3 \geq 40, && \text{→βカロチンは40単位以上} \\
& x_1, x_2, x_3 \geq 0. && \text{→各野菜の購入量は非負}
\end{aligned}
$$

【例題2-1】線形計画問題の例

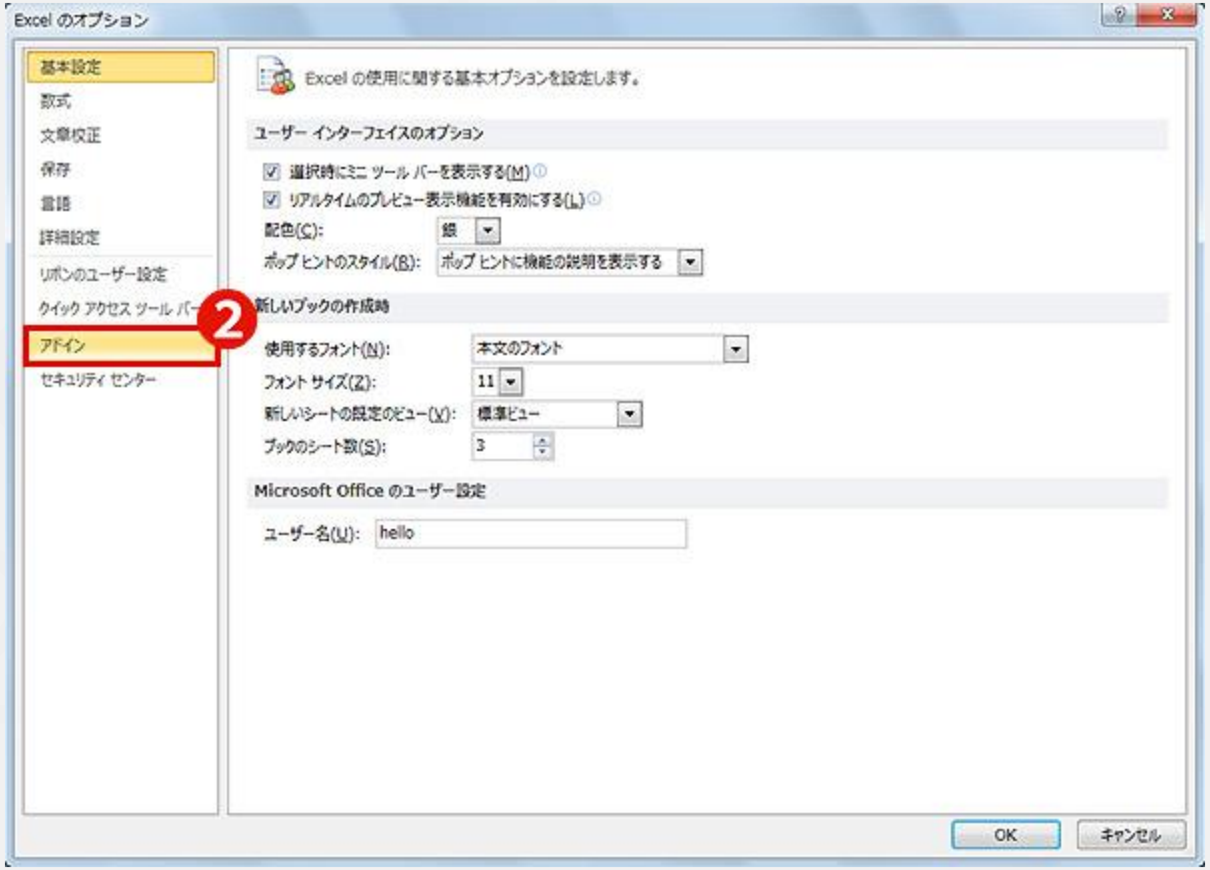
- エクセルを用いて解いてみよう.
- Excelの「アドイン」の中から“ソルバー”を用いると，簡単な線形計画問題を解くことができる.
- まずは，「ソルバー」のアドインを追加してみよう.

【例題2-1】線形計画問題の例

- 1） 《ファイル》タブの「オプション」をクリックして「Excelのオプション」ウィンドウを表示させる

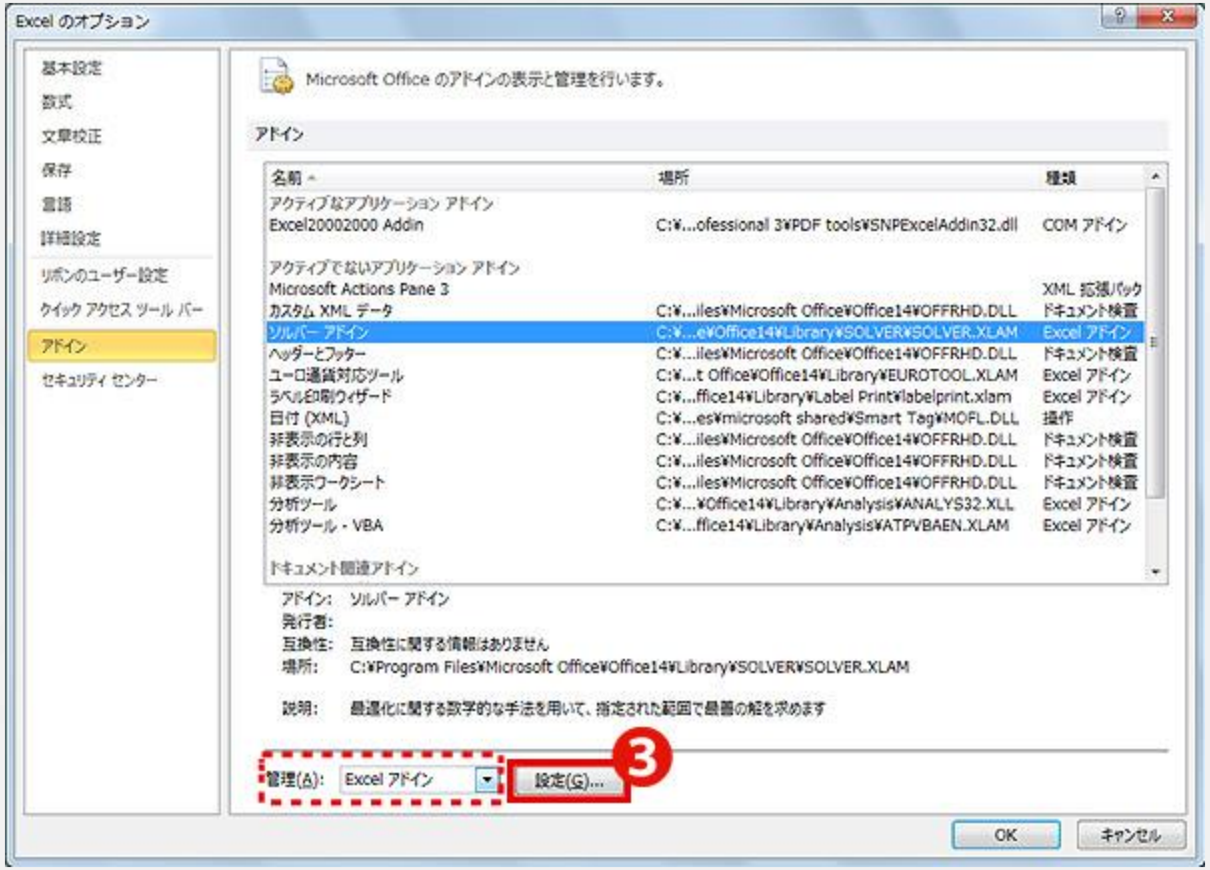
【例題2-1】線形計画問題の例

- 2) 「アドイン」をクリックして，アドインの表示と管理の画面に切り替える



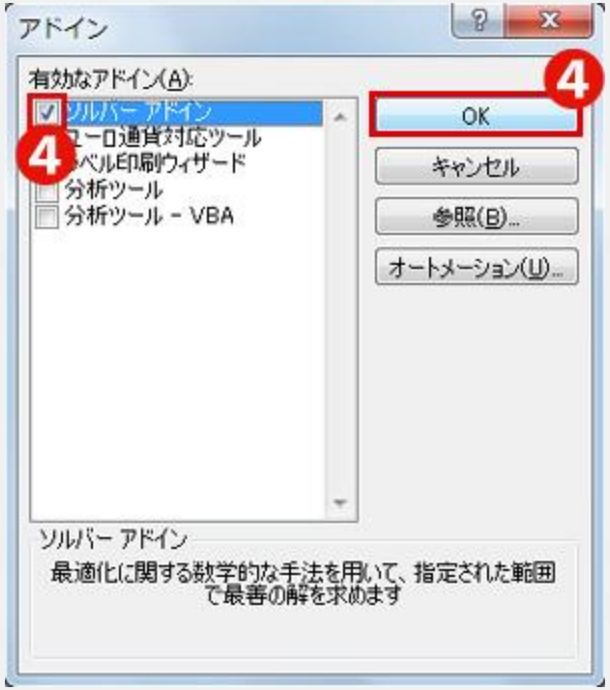
【例題2-1】線形計画問題の例

- 3)「Excelアドイン」が選ばれていることを確認後，「設定」をクリック



【例題2-1】線形計画問題の例

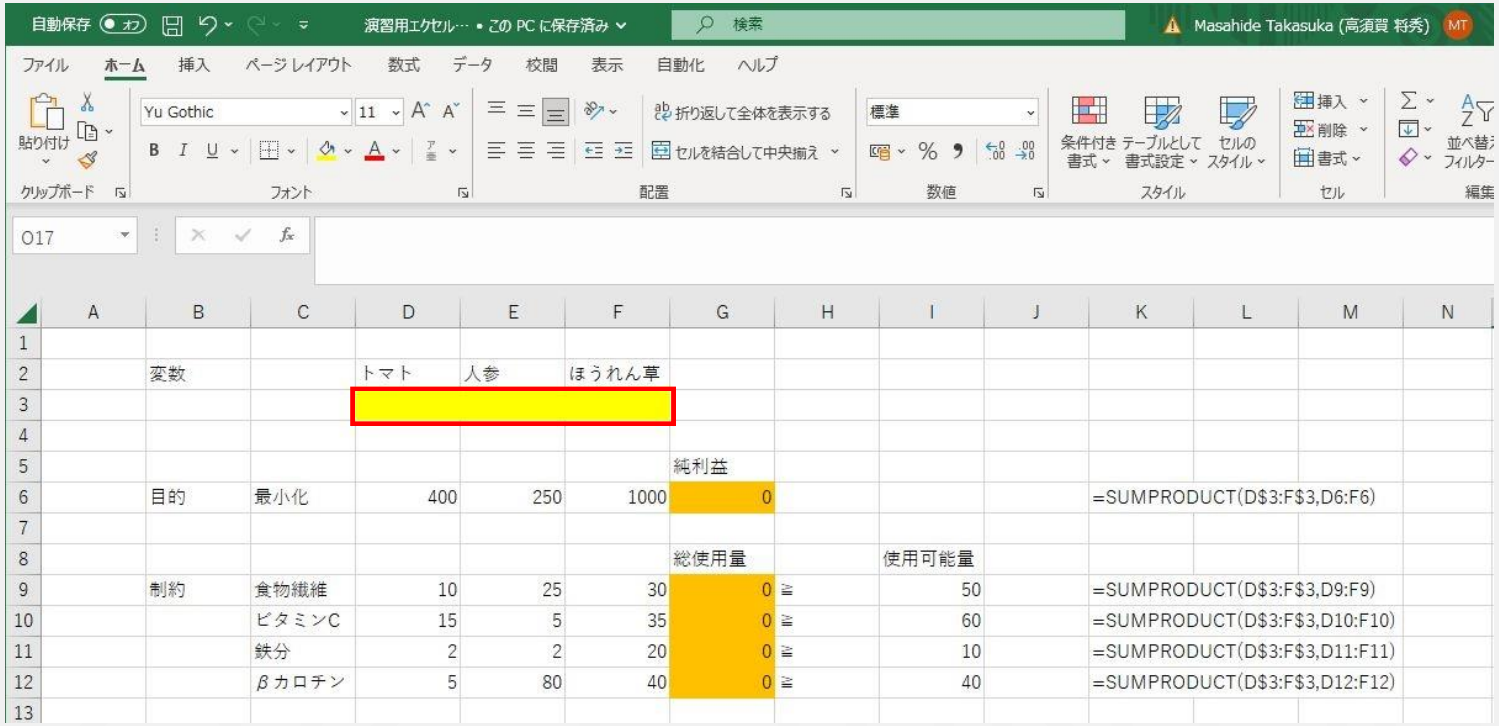
- 4) 「ソルバーアドイン」にチェックをつけて，「OK」をクリック



【例題2-1】線形計画問題の例

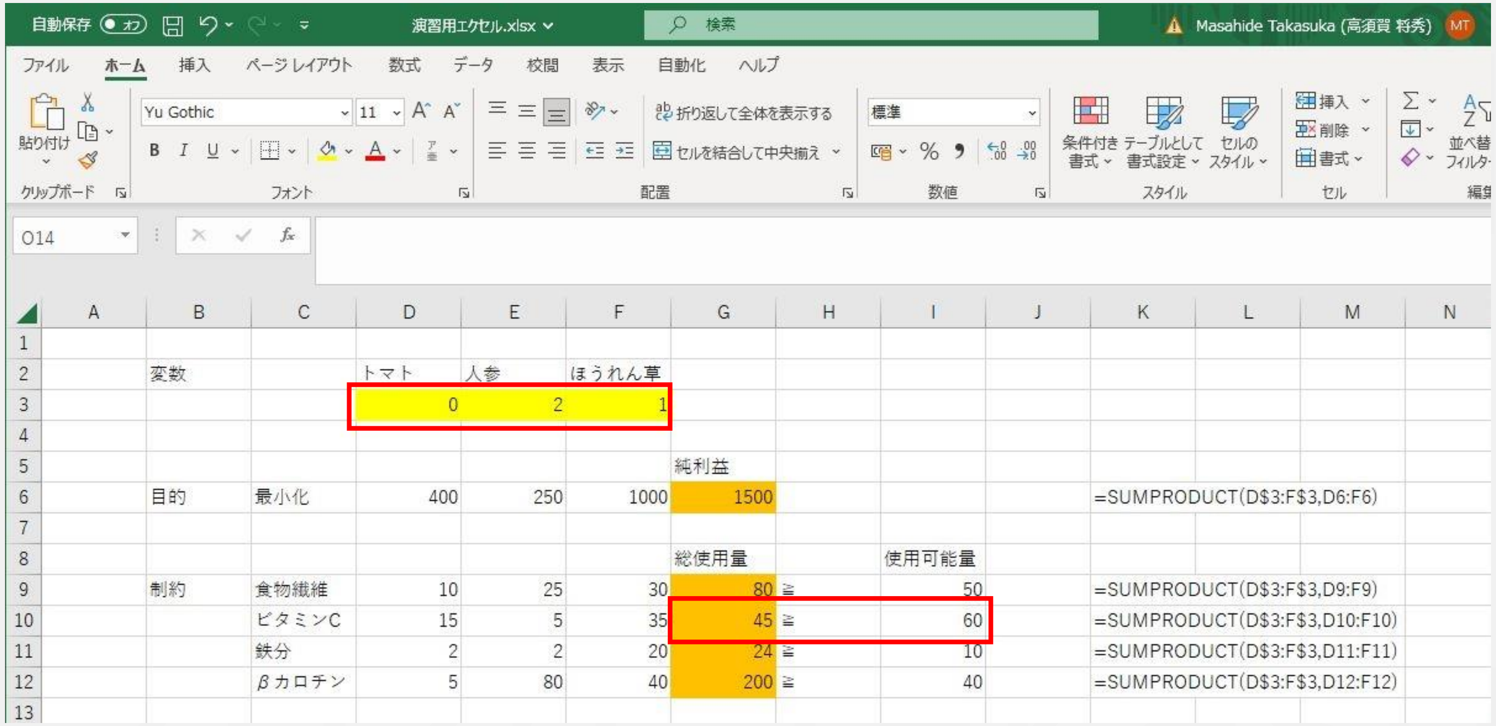
- 《データ》タブの「分析」グループに「ソルバー」が表示され「ソルバー」の機能が使用可能になる

【例題2-1】線形計画問題の例



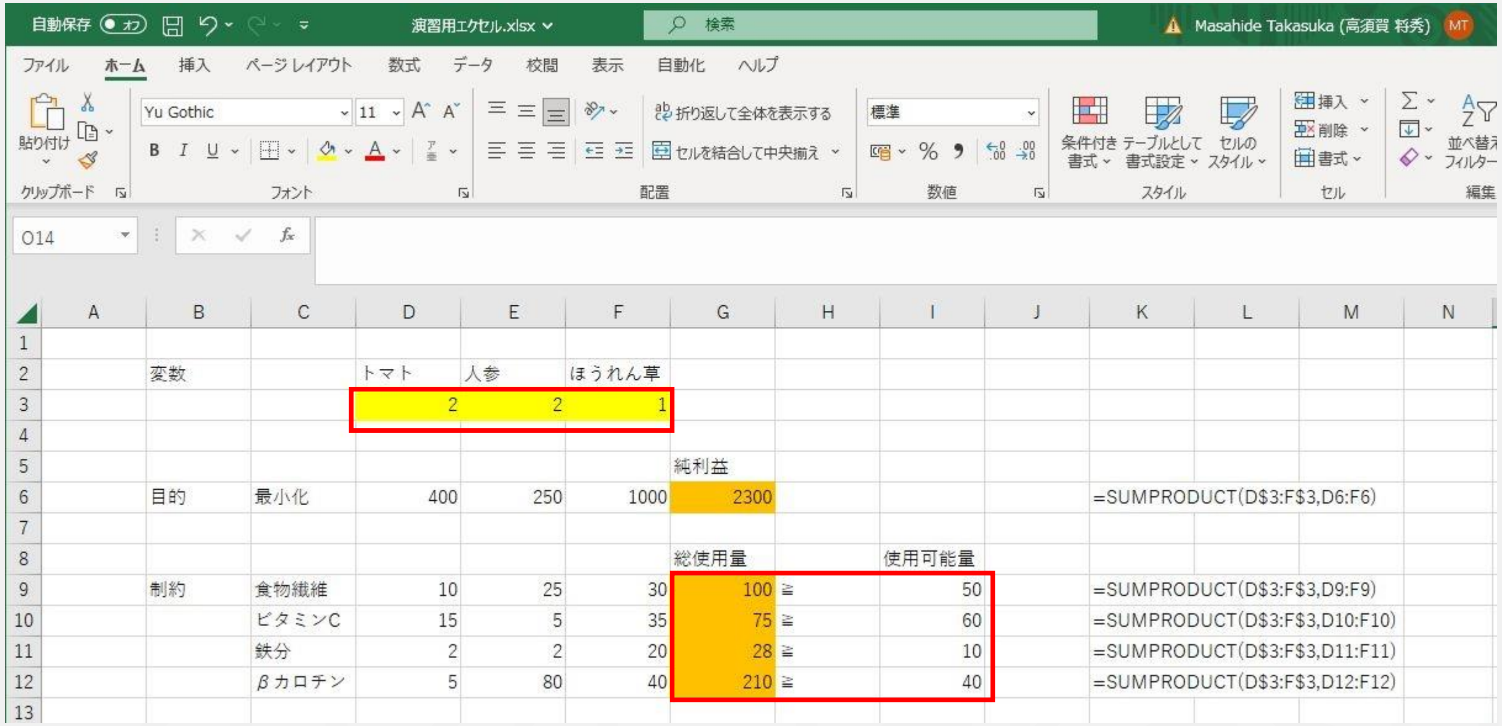
	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1											
2		変数		トマト	人参	ほうれん草					
3											
4											
5							純利益				
6		目的	最小化	400	250	1000	0				=SUMPRODUCT(D$3:F$3,D6:F6)
7											
8							総使用量		使用可能量		
9		制約	食物繊維	10	25	30	0	≧	50		=SUMPRODUCT(D$3:F$3,D9:F9)
10			ビタミンC	15	5	35	0	≧	60		=SUMPRODUCT(D$3:F$3,D10:F10)
11			鉄分	2	2	20	0	≧	10		=SUMPRODUCT(D$3:F$3,D11:F11)
12			βカロテン	5	80	40	0	≧	40		=SUMPRODUCT(D$3:F$3,D12:F12)
13											

【例題2-1】線形計画問題の例



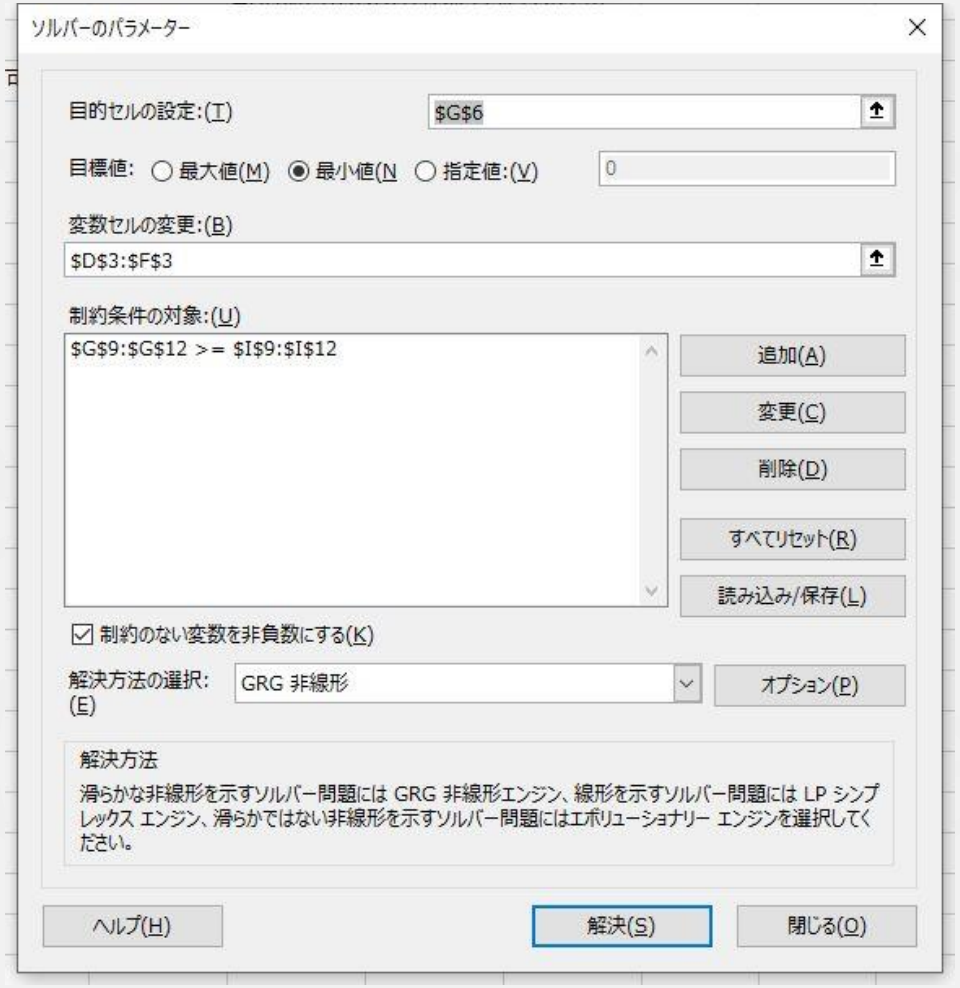
	B	C	D	E	F	G	H	I	K
2	変数		トマト	人参	ほうれん草				
3			0	2	1				
5						純利益			
6	目的	最小化	400	250	1000	1500			=SUMPRODUCT(D$3:F$3,D6:F6)
8						総使用量		使用可能量	
9	制約	食物繊維	10	25	30	80	≧	50	=SUMPRODUCT(D$3:F$3,D9:F9)
10		ビタミンC	15	5	35	45	≧	60	=SUMPRODUCT(D$3:F$3,D10:F10)
11		鉄分	2	2	20	24	≧	10	=SUMPRODUCT(D$3:F$3,D11:F11)
12		βカロチン	5	80	40	200	≧	40	=SUMPRODUCT(D$3:F$3,D12:F12)

【例題2-1】線形計画問題の例

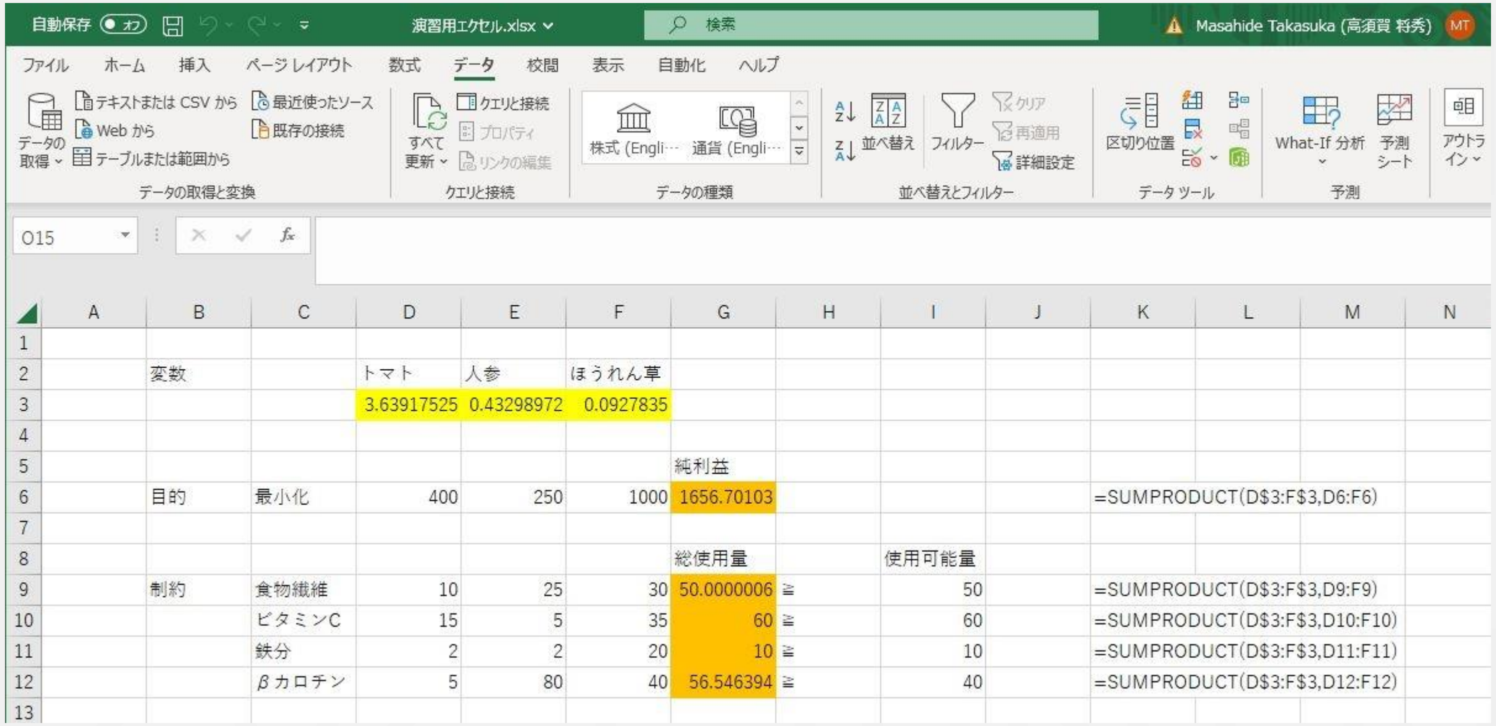


	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1										
2	変数		トマト	人参	ほうれん草					
3			2	2	1					
4										
5						純利益				
6	目的	最小化	400	250	1000	2300				=SUMPRODUCT(D$3:F$3,D6:F6)
7										
8						総使用量		使用可能量		
9	制約	食物繊維	10	25	30	100	≧	50		=SUMPRODUCT(D$3:F$3,D9:F9)
10		ビタミンC	15	5	35	75	≧	60		=SUMPRODUCT(D$3:F$3,D10:F10)
11		鉄分	2	2	20	28	≧	10		=SUMPRODUCT(D$3:F$3,D11:F11)
12		βカロテン	5	80	40	210	≧	40		=SUMPRODUCT(D$3:F$3,D12:F12)
13										

【例題2-1】線形計画問題の例



【例題2-1】線形計画問題の例



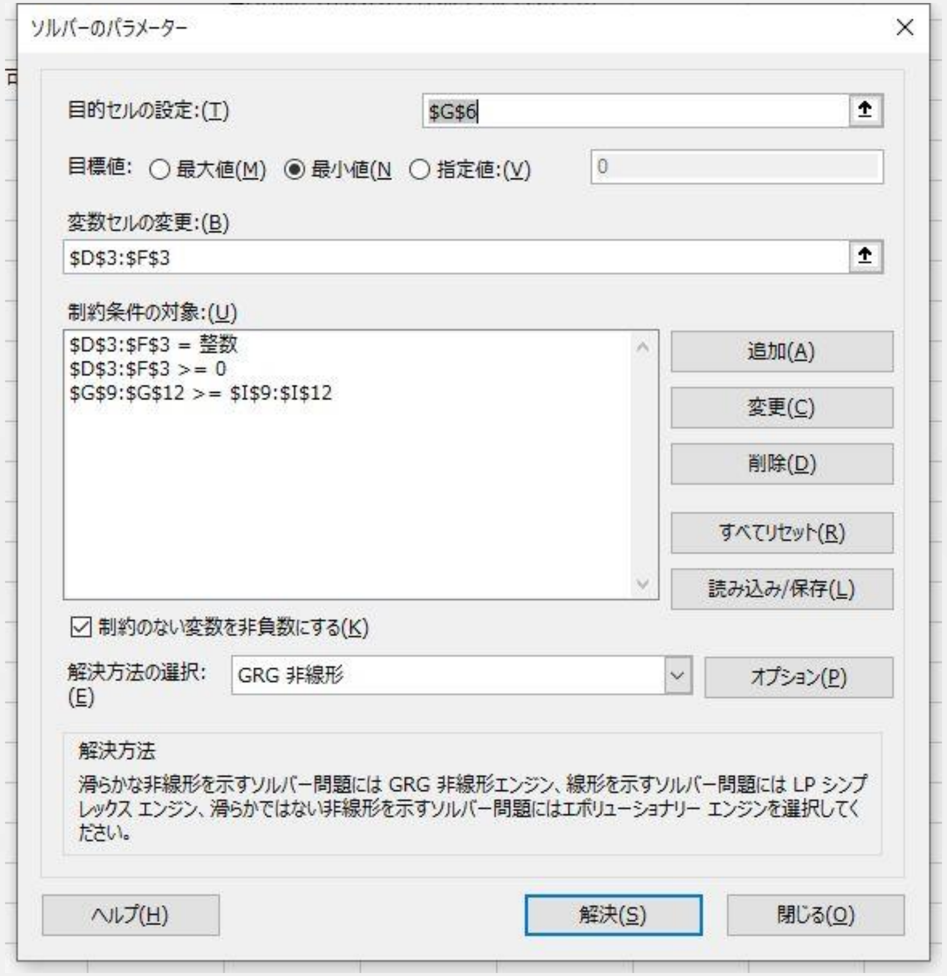
	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1											
2		変数		トマト	人参	ほうれん草					
3				3.63917525	0.43298972	0.0927835					
4											
5							純利益				
6		目的	最小化	400	250	1000	1656.70103				=SUMPRODUCT(D$3:F$3,D6:F6)
7											
8							総使用量		使用可能量		
9		制約	食物繊維	10	25	30	50.0000006	≧	50		=SUMPRODUCT(D$3:F$3,D9:F9)
10			ビタミンC	15	5	35	60	≧	60		=SUMPRODUCT(D$3:F$3,D10:F10)
11			鉄分	2	2	20	10	≧	10		=SUMPRODUCT(D$3:F$3,D11:F11)
12			βカロチン	5	80	40	56.546394	≧	40		=SUMPRODUCT(D$3:F$3,D12:F12)
13											

【例題2-1】線形計画問題の例

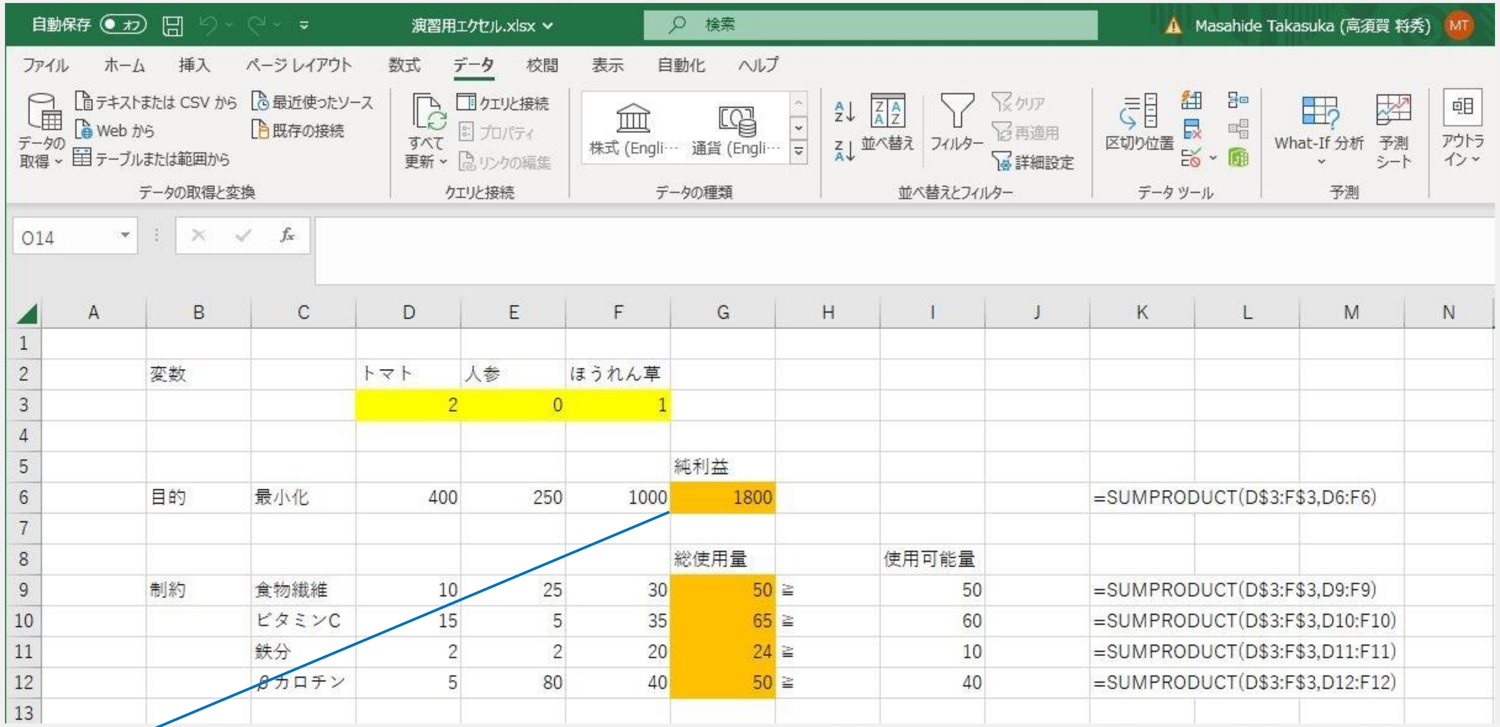
- 先程の問題にx_1, x_2, x_3が整数であるという条件を加えるとどうなるか

$$
\begin{aligned}
&\min 400x_1 + 250x_2 + 1000x_3 && \to \text{原料費を最小化} \\
&\text{s.t.}\ 10x_1 + 25x_2 + 30x_3 \geq 50\,, && \to \text{食物繊維は50単位以上} \\
&\quad 15x_1 + 5x_2 + 35x_3 \geq 60\,, && \to \text{ビタミンCは60単位以上} \\
&\quad 2x_1 + 2x_2 + 20x_3 \geq 10\,, && \to \text{鉄分は10単位以上} \\
&\quad 5x_1 + 80x_2 + 40x_3 \geq 40\,, && \to \text{βカロチンは40単位以上} \\
&\quad x_1, x_2, x_3 \geq 0\,, && \to \text{各野菜の購入量は非負} \\
&\quad x_1, x_2, x_3 \in Z\,. && \to \text{各野菜の購入量は整数}
\end{aligned}
$$

【例題2-1】線形計画問題の例



【例題2-1】線形計画問題の例



	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1											
2		変数		トマト	人参	ほうれん草					
3				2	0	1					
4											
5							純利益				
6		目的	最小化	400	250	1000	1800				=SUMPRODUCT(D$3:F$3,D6:F6)
7											
8							総使用量		使用可能量		
9		制約	食物繊維	10	25	30	50	≧	50		=SUMPRODUCT(D$3:F$3,D9:F9)
10			ビタミンC	15	5	35	65	≧	60		=SUMPRODUCT(D$3:F$3,D10:F10)
11			鉄分	2	2	20	24	≧	10		=SUMPRODUCT(D$3:F$3,D11:F11)
12			βカロテン	5	80	40	50	≧	40		=SUMPRODUCT(D$3:F$3,D12:F12)
13											

$x_i \in R$より$x_i \in Z$のほうが結果が悪くなっている

線形計画問題の等式標準形

- ある飲料メーカーでは，n種類の野菜を原料とする野菜ジュースを製造している．
- 野菜ジュースに含まれるm種類の栄養素の必要量を満たしつつ，製造に要する原料費を最小に抑えるための各野菜の購入量は？
- 各野菜の購入量 (kg)を$x_1, x_2, \ldots, x_n$とする．

$$
\begin{aligned}
&\max \textstyle\sum_{j=1}^{n} c_j x_j \\
&\mathrm{s.t.} \textstyle\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j \geq b_1 , i = 1, \ldots, m, \\
&\qquad x_j \geq 0 , \qquad\qquad j = 1, \ldots, n.
\end{aligned}
$$

a_{ij}: 野菜jに含まれる栄養素iの量 (定数)
b_i: 栄養素iの必要量 (定数)
c_i:野菜j単位量当たりの値段 (定数)

線形計画問題の等式標準形

- 目的関数の値を最大化する.
- すべての変数に非負制約がつく.
- 非負制約を除く全ての制約条件が等式.

$$
\begin{aligned}
&\max \textstyle\sum_{j=1}^{n} c_j x_j \\
&\mathrm{s.t.} \textstyle\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j = b_1 , \quad i = 1, \dots, m, \\
&\qquad x_j \geq 0 , \qquad\qquad j = 1, \dots, n.
\end{aligned}
$$

- どんな形の線形計画問題でも等式標準形に変形できる.
- 不等式制約にスラック変数を加えて等式制約に変形する.

$$\textstyle\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j \leq b_j \rightarrow \sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j + x_{n+i} = b_i, x_{n+i} \geq 0$$

【演習2-1】線形計画問題の例（生産計画問題）

- ある会社では2種類の机A，Bを生産しており，これらの翌週の生産計画を考えている．机A，Bはそれぞれ1つあたり，厚さ1インチのパイン，スギ，メイプルを以下の量（ft^2，平方フィート）ずつ必要とし，利益はそれぞれ1つあたり\$115，\$90である．翌週使うことのできるパイン，スギ，メイプルの量が，それぞれ200 ft^2，128 ft^2，220 ft^2 であるとき，利益を最大にするためには机A，Bをいくつずつ生産すれば良いか．

	机A	机B	使用可能料
パイン	10	20	200
スギ	4	16	128
メイプル	15	10	220
利益	115	90	

【演習2-1】線形計画問題の例（生産計画問題）

- ある会社では2種類の机A，Bを生産しており，これらの翌週の生産計画を考えている．机A，Bはそれぞれ1つあたり，厚さ1インチのパイン，スギ，メイプルを以下の量（ft^2，平方フィート）ずつ必要とし，利益はそれぞれ1つあたり\$115，\$90である．翌週使うことのできるパイン，スギ，メイプルの量が，それぞれ200 ft^2，128 ft^2，220 ft^2 であるとき，利益を最大にするためには机A，Bをいくつずつ生産すれば良いか．

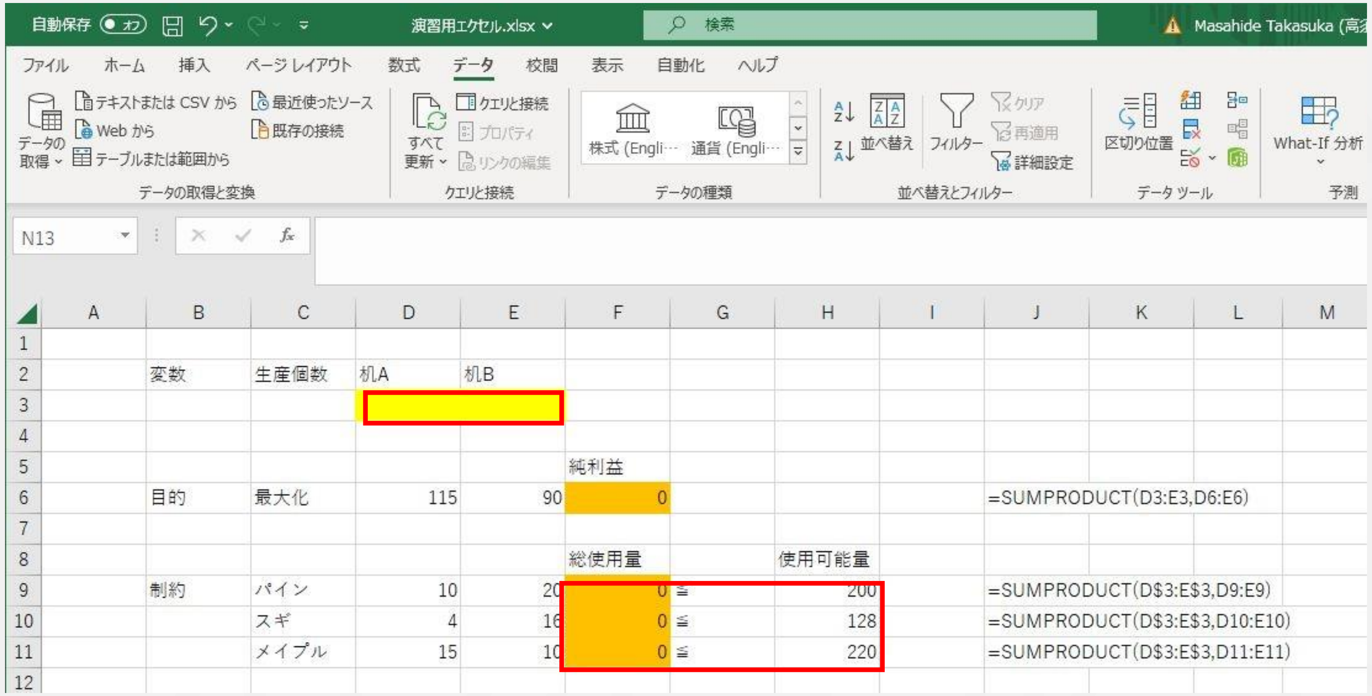
考えることは大きく3つ
・変数となるのは何か
・目的は何か
・制約は何か

【演習2-1】線形計画問題の例（生産計画問題）

- ある会社では2種類の机A，Bを生産しており，これらの翌週の生産計画を考えている．机A，Bはそれぞれ1つあたり，厚さ1インチのパイン，スギ，メイプルを以下の量（ft^2，平方フィート）ずつ必要とし，利益はそれぞれ1つあたり\$115，\$90である．翌週使うことのできるパイン，スギ，メイプルの量が，それぞれ200 ft^2，128 ft^2，220 ft^2 であるとき，利益を最大にするためには机A，Bをいくつずつ生産すれば良いか．

$$
\begin{aligned}
&\max 115x_1 + 90x_2 && \text{→利益を最大化} \\
&\text{s.t.}\ 10x_1 + 20x_2 \leq 200, && \text{→パインの使用可能料の上限は200 } ft^2 \\
&4x_1 + 16x_2 \leq 128, && \text{→スギの使用可能料の上限は128 } ft^2 \\
&15x_1 + 10x_2 \leq 220, && \text{→メイプルの使用可能料の上限は220 } ft^2 \\
&x_1, x_2, x_3 \geq 0, && \text{→各野菜の購入量は非負} \\
&x_1, x_2, x_3 \in Z. && \text{→各野菜の購入量は整数}
\end{aligned}
$$

【演習2-1】線形計画問題の例（生産計画問題）



【演習2-1】線形計画問題の例（生産計画問題）

配布用

【演習2-1】線形計画問題の例（生産計画問題）

配布用

【演習2-1】線形計画問題の例（生産計画問題）

配布用

【演習2-1】線形計画問題の例（生産計画問題）

配布用

【演習2-2】線形計画問題の例（芋の転作）

- 農業を営むAさんは10ヘクタールの芋畑を所有しているが，「いも」を栽培して得られる利益が1ヘクタール当たり20万円であるのに対して，「かぼちゃ」，「なす」の利益を予想したところ，それぞれ30万円，60万円であることがわかった．そこで，来年は芋畑の一部を「かぼちゃ」や「なす」の畑に転用することを考えている．
- ただし，現在の芋畑で来年も引き続いて「いも」を作るのであれば1ヘクタールあたり2万円の当座預金が十分であるのに対し，芋畑を「かぼちゃ」の畑にするには当座の資金として1ヘクタールあたり5万円が，「なす」の畑にするには1ヘクタールあたり8万円がそれぞれ必要である．当座の資金として使える金額が40万円であるとして，10ヘクタールの畑をどのように分割して野菜を栽培すれば利益を最大にできるか．

【演習2-2】線形計画問題の例（芋の転作）

- 整理してみよう
- 変数は？
  - 「いも」「なす」「かぼちゃ」の面積
    - x_1:いも，　x_2:なす，　x_3:かぼちゃ
- 目的は？
  - 利益を最大にする
    - $\max 20x_1 + 30x_2 + 60x_3$
- 制約は？
  - 「いも」「なす」「かぼちゃ」の合計面積は10ヘクタール
    - $x_1 + x_2 + x_3 \leq 10$
  - 当座の資金として使える金額が40万円
    - $2x_1 + 5x_2 + 8x_3 \leq 40$

【演習2-2】線形計画問題の例（芋の転作）

配布用

【演習2-2】線形計画問題の例（芋の転作）

配布用

【演習2-2】線形計画問題の例（芋の転作）

配布用

【演習2-3】線形計画問題の例（食費）

- Bさんは，食費について悩んでいる．食費はできるだけ安く抑えたいが，1日に必要なエネルギー（2000kcal），タンパク質（55g），カルシウム（800mg）は確保したい．Bさんは比較的安価な以下の6種類の食品を選び，これらを組み合わせたメニューを考えることにした．
- 一方で，各食品の量に対して，以下のような制限料がある．

	エネルギー（kcal）	タンパク質（g）	カルシウム（mg）	1人前の量（g）	1人前の値段（円）	制限料（人前）
オートミル	110	4	2	28	3	4
チキン	205	32	12	100	24	3
たまご	160	13	54	40	13	2
ミルク	160	8	285	237	9	8
チェリーパイ	420	4	22	170	20	2
ポークビーンズ	260	14	80	260	19	2

【演習2-3】線形計画問題の例（食費）

配布用

【演習2-3】線形計画問題の例（食費）

配布用

【演習2-3】線形計画問題の例（食費）

配布用

【演習2-3】線形計画問題の例（食費）

配布用

【演習2-4】線形計画問題の例（輸送問題）

- ある製造業者は，3つの配送センターA，B，Cを持っており，これらから営業所a，b，c，dへ製品を輸送している．いま，各営業所に，それぞれ90個，60個，110個，40個の製品を輸送する必要があり，各配送センターはそれぞれ最大で100個，60個，150個の製品を供給することができるものとする．配送センターから営業所への輸送費が，（輸送量）＊（輸送単価）で計算されるものとして，輸送単価（千円/個）が以下の表のとおりであるとき，総輸送費を最小にするためには，各配送センターからどの営業所にどれだけの量の製品を輸送すればよいか．

	a	b	c	d	供給量
A	2	5	3	8	100
B	3	7	6	5	60
C	6	4	5	4	150
需要量	90	60	110	40	

【演習2-4】線形計画問題の例（輸送問題）

配布用

【演習2-4】線形計画問題の例（輸送問題）

配布用

【演習2-4】線形計画問題の例（輸送問題）

配布用

【演習2-4】線形計画問題の例（輸送問題）

配布用

【演習2-4】線形計画問題の例（輸送問題）

配布用

【演習2-4】線形計画問題の例（輸送問題）

配布用

【演習2-4】線形計画問題の例（輸送問題）

配布用

【演習2-5】線形計画問題の例（生産在庫計画）

- 来期以降4期分の生産計画を考える．具体的には，各期に製品をいくつ生産するかを決定した．製品1個あたりの生産計画（円）および1期あたりの生産可能個数は期によって異なり，これらの値は，各期の需要個数とともに，以下の表で与えられる．
- 各期において，期首の在庫数に生産数を加え，需要数を差し引いた数の製品を期末在庫として残り，次の期に持ち越される．期末在庫には，1個1期あたり260円の在庫保管費用が発生するものとし，現在の在庫数（1期の期首在庫数）は120個であるとする．
- 以下の条件のもと，生産費用と在庫保管費用の合計が最小となるように，各期の生産在庫数を決定したい．
  - 各期の期末には，安全在庫として50個以上の在庫数を確保すること．
  - 生産レベルを維持するため，各期の生産個数は350個以上とすること．

	1期	2期	3期	4期
生産費用（円/個）	4100	4400	4600	4900
生産可能数（個）	600	580	560	520
需要数（個）	420	580	550	420

【演習2-5】線形計画問題の例（生産在庫計画）

配布用

【演習2-5】線形計画問題の例（生産在庫計画）

配布用

【演習2-5】線形計画問題の例（生産在庫計画）

配布用

【演習2-5】線形計画問題の例（生産在庫計画）

配布用

感度分析/潜在価格

- 制約条件や目的関数が少し変化したとき，最適解や最適値がどのように変化するか，あるいは変化しないかを調べることを感度分析という
- 潜在価格とは，**各制約式に対応するもの**で，右辺定数を少し変化（増加または減少）させたときの最適値の変化率を表す値．双対価格，限界価値などともいう．

【例題2-2】感度分析/潜在価格

- 液体製品P，Q，Rをそれぞれ1トン製造するのに，機械A，Bの両方を以下の時間ずつ稼働させなくてはならない
- 機械A，Bの1週間あたりの稼働可能時間と製品P，Q，Rの利益は以下の表のとおりである
- 利益が最大になるように1週間あたりの製造量を決定したい

	製品P	製品Q	製品R	稼働可能時間
機械A	3時間	1時間	3時間	45時間
機械B	1時間	2時間	2時間	40時間
利益	6万円/トン	5万円/トン	7万円/トン	

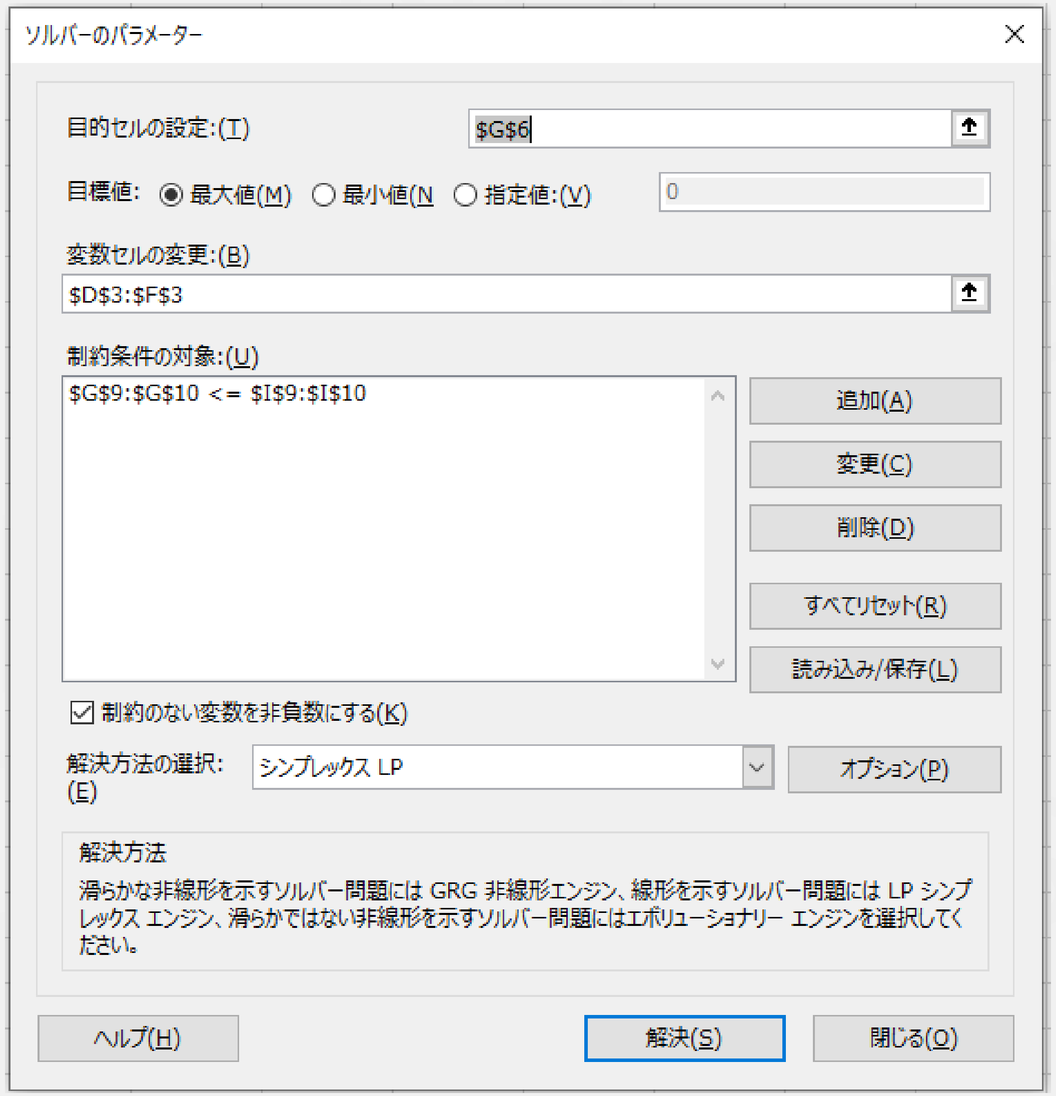
【例題2-2】感度分析/潜在価格

- 整理してみよう
- 変数は？
  - 製品P，Q，Rの製造量をそれぞれx_1, x_2, x_3とする
- 目的は？
  - 利益の最大化
    - $\max 6x_1 + 5x_2 + 7x_3$
- 制約は？
  - 機械A，Bの稼働可能時間
    - $3x_1 + x_2 + 3x_3 \leq 45$
    - $x_1 + 2x_2 + 2x_3 \leq 40$
    - $x_1, x_2, x_3 \geq 0$
- これを解くと，最適解は$(x_1, x_2, x_3) = (10,15,0)$であり，最適値は135万円となる

【例題2-2】感度分析/潜在価格

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N
1														
2		変数		x1	x2	x3								
3				10	15	0								
4														
5							利益							
6		目的	最大化	6	5	7	135				=SUMPRODUCT(D$3:F$3,D6:F6)			
7														
8														
9		制約	稼働可能時間	3	1	3	45	≦	45		=SUMPRODUCT(D$3:F$3,D9:F9)			
10			稼働可能時間	1	2	2	40	≦	40		=SUMPRODUCT(D$3:F$3,D10:F10)			

【例題2-2】感度分析/潜在価格

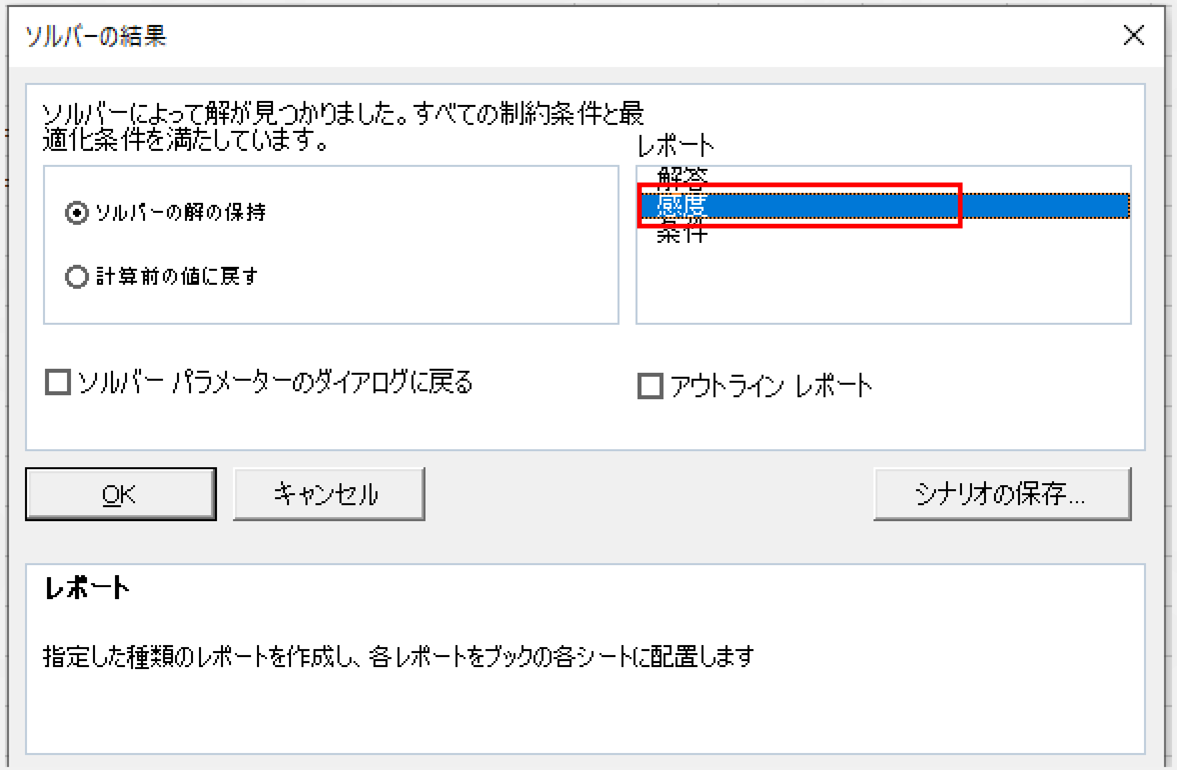


【例題2-2】感度分析/潜在価格

- このとき，以下について考える
- 機械A，Bのどちらか一方の稼働可能時間を1時間延長できるとしたら，どちらの機械を選ぶべきか
- 機械の稼働可能時間を1時間延長するのに追加費用が発生する場合，追加費用がいくらまでであれば延長するのが良いか
- 最適解より，利益を最大化するのであれば，製品Rは製造すべきではない．1トンあたりの利益を十分あげることができればRを製造する価値がでてくるが，その境目の金額はいくらか
- 新製品Sがあり，これを1トン製造するのに機械Aを2時間，機械Bを3時間稼働させる必要がある．利益がいくら以上であれば，利益最大化の観点において，この製品を製造する価値があるといえるか

【例題2-2】感度分析/潜在価格

- 潜在価格を計算してみよう



【例題2-2】感度分析/潜在価格

- 潜在価格を計算してみよう

✓ 機械A，Bの稼働時間制約の潜在価格は，それぞれ1.4，1.8である
✓ これは，機械Aの稼働可能時間を延長（短縮）すると，延長（短縮）1時間あたり利益は1.4万円増加（減少）することを意味する
✓ 機械Bの稼働可能時間を延長（短縮）すると，延長（短縮）1時間あたり利益は1.8万円増加（減少）することを意味する

✓ 機械A，Bのどちらか一方だけ1時間延長できるとすれば，機械Bを延長するほうが良い
✓ 機械Aの延長に費用が発生する場合，1時間あたり1.4万円未満であれば延長するほうがよい
✓ 機械Bの延長に費用が発生する場合，1時間あたり1.8万円未満であれば延長するほうがよい

Microsoft Excel 16.0 感度レポート
ワークシート名: [演習用エクセル.xlsx]感度分析1
レポート作成日: 2024/03/17 21:19:52

変数セル

セル	名前	最終値	限界コスト	目的セル係数	許容範囲内増加	許容範囲内減少
D3	A x1	10	0	6	9	1
E3	A x2	15	0	5	7	1.333333333
F3	A x3	0	-0.8	7	0.8	1E+30

制約条件

セル	名前	最終値	潜在価格	制約条件右辺	許容範囲内増加	許容範囲内減少
G9	稼働可能時間 利益	45	1.4	45	75	25
G10	稼働可能時間 利益	40	1.8	40	50	25

潜在価格の有効範囲

- 潜在価格は「機械A，Bの1時間の価値」を表していると解釈できるが，この値は稼働可能時間が変化すると変わる可能性がある
- 例えば，機械Aの稼働可能時間延長による利益増加率（潜在価格）は，稼働可能時間がある値を上回ると減少する

✓ 「許容範囲内増加」，「許容範囲内減少」から，潜在価格音有効範囲が計算できる
✓ 機械Aの「許容範囲内増加」は75，「許容範囲内減少」は25であるから，機械Aの潜在価格の値は，稼働可能時間20-120の範囲で有効であることがわかる
✓ 「許容範囲内増加」，「許容範囲内減少」が0であることもある

Microsoft Excel 16.0 感度レポート
ワークシート名: [演習用エクセル.xlsx]感度分析1
レポート作成日: 2024/03/17 21:19:52

変数セル

セル	名前	最終値	限界コスト	目的セル係数	許容範囲内増加	許容範囲内減少
D3	A x1	10	0	6	9	1
E3	A x2	15	0	5	7	1.333333333
F3	A x3	0	-0.8	7	0.8	1E+30

制約条件

セル	名前	最終値	潜在価格	制約条件右辺	許容範囲内増加	許容範囲内減少
G9	稼働可能時間 利益	45	1.4	45	75	25
G10	稼働可能時間 利益	40	1.8	40	50	25

潜在価格の活用

- 製品Rを無理やり1トン製造するとした場合，製品P，Qの製造量は減少し，製品P，Qから得ていた利益も減少することになる
- 減少額は，機械Aは3時間分，機械Bは2時間分の 1.4*3+1.8*2 = 7.8 に相当する（厳密には，潜在価格の有効範囲の確認が必要）
- 製品Rを1トン製造し，7万の利益を得たとしても，その代償として7.8万円の利益を失うことになる
- つまり，製品Rの1トンあたりの利益が0.8万円以上増加しない限り，製品Rを製造することは利益最大化の観点から望ましくないといえる
- 1トン製造するのに機械Aを2時間，機械Bを3時間必要とする新製品Sに対し，これを製造することで利益を増加するためには，1トンあたりの利益が1.42+1.8*3 = 8.2万円より高くなくてはならない

【演習2-6】芋の転作（演習2-2）の感度分析

- 整理してみよう
- 変数は？
  - 「いも」「なす」「かぼちゃ」の面積
    - x_1:いも， x_2:なす， x_3:かぼちゃ
- 目的は？
  - 利益を最大にする
    - $\max 20x_1 + 30x_2 + 60x_3$
- 制約は？
  - 「いも」「なす」「かぼちゃ」の合計面積は10ヘクタール
    - $x_1 + x_2 + x_3 \leq 10$
  - 当座の資金として使える金額が40万円
    - $2x_1 + 5x_2 + 8x_3 \leq 40$
- これを解くと，最適解は$(x_1, x_2, x_3) = (\frac{20}{3}, 0, \frac{10}{3})$であり，最適値は333.33となる

【演習2-6】芋の転作（演習2-2）の感度分析

配布用

【演習2-6】芋の転作（演習2-2）の感度分析

配布用